Spécialité : feuille d'exercices n° 1 (récurrence)

I

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 4$ et pour tout $n \geq 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 6$. Montrer que, pour tout n, on a : $u_n = -\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} + 8$.

II

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 35}$.

Montrer par récurrence sur n que cette suite est croissante et majorée par 7.

III

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$ et pour tout n, $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 5}$.

Montrer que, pour $n \in \mathbb{N}$, $2 \leqslant u_n \leqslant 3$.

IV

Montrer que, pour tout entier naturel n, l'entier $3^{2n} - 2^n$ est un multiple de 7.

V

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{5u_n - 1}{4u_n + 1} \end{cases}$.

Montrer que $u_n \neq \frac{1}{2}$ pour tout n.

Spécialité : feuille d'exercices n° 1 (récurrence)

I

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 4$ et pour tout $n \geq 1$, $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 6$. Montrer que, pour tout n, on a : $u_n = -\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} + 8$.

II

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 35}$.

Montrer par récurrence sur n que cette suite est croissante et majorée par 7.

III

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$ et pour tout n, $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 5}$.

Montrer que, pour $n \in \mathbb{N}$, $2 \leqslant u_n \leqslant 3$.

IV

Montrer que, pour tout entier naturel n, l'entier $3^{2n} - 2^n$ est un multiple de 7.

V

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{5u_n - 1}{4u_n + 1} \end{cases}$.

Montrer que $u_n \neq \frac{1}{2}$ pour tout n.