

Ajustement affine d'un nuage de points



Définition

On considère deux séries statistiques de même effectif x_1, x_2, \dots, x_n et y_1, y_2, \dots, y_n .
On appelle M_i le point de coordonnées (x_i, y_i) pour $1 \leq i \leq n$.
On appelle nuage de points l'ensemble des points correspondants.

Exemple, d'après Bac Métropole STMG juin 2017 :

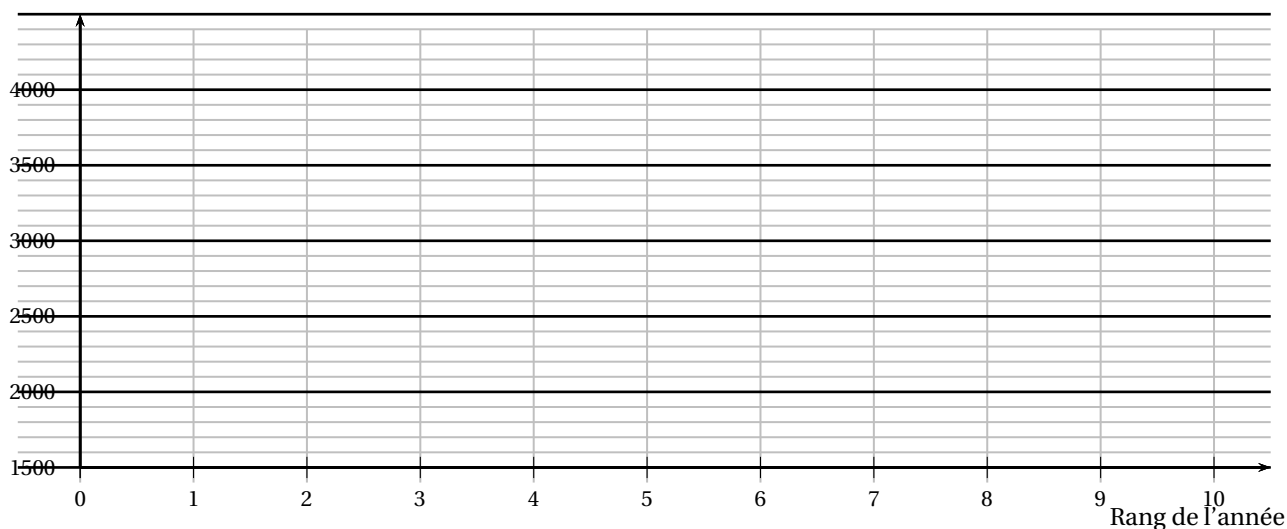
Le tableau suivant donne le prix moyen en dollar US de la tonne du cacao en provenance de la Côte d'Ivoire au 1^{er} janvier des années 2011 à 2015.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Prix (en dollar) d'une tonne de cacao : y_i	2 589,70	2 324,85	2 507,55	2 847,85	3 081,45

Source : INSEE

Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$, pour i variant de 1 à 5, est représenté ci-dessous.

Prix d'une tonne de cacao(en dollar)



1. Ces points sont-ils alignés?
2. Sont-ils à peu près alignés?

On considère que oui; dans la suite, on va voir une méthode pour trouver une droite qui passe « proche » de tous les points, qu'on appelle droite d'ajustement affine.

Méthode de Mayer pour l'ajustement affine

Après avoir classé les points du nuage de points dans l'ordre croissant des abscisses, on les sépare en deux groupes de taille égale (dans le cas où le nombre de points est impair, un groupe aura un point de plus). On détermine le **point moyen** (c'est-à-dire le point dont l'abscisse est la moyenne des valeurs en abscisse et l'ordonnée est la moyenne des valeurs en ordonnée) de chacun des deux groupes et on les place sur le graphique.

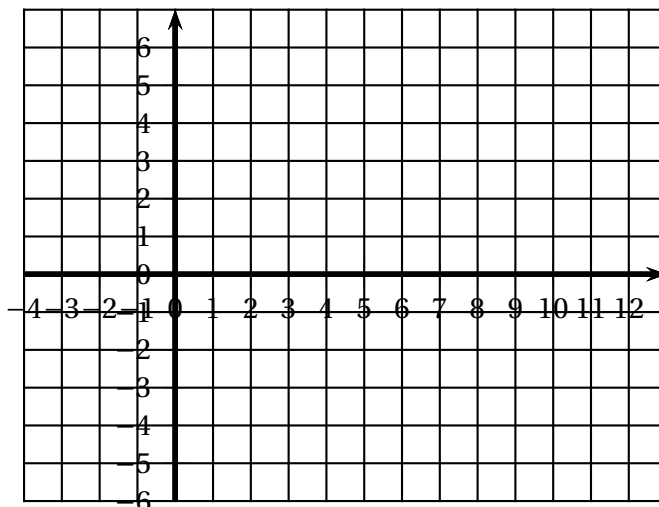
Pour finir, on trace la droite passant par les points moyens G_1 et G_2 pour obtenir la **droite d'ajustement de Mayer**.

Exemple : soient les deux séries données dans le tableau ci-dessous :

x_i	-3	-1	0	1	4	5,5	6	8	10	12,5
y_i	-4	-2	-4	-2	-1	0	2	2,5	5	6

On sépare la série statistique en deux séries de cinq points.

1. Placer les points sur le graphique ci-dessous.
2. Montrer que les coordonnées du point moyen G_1 du premier groupe est $G_1(0, 2 ; -2, 6)$ et celui du second groupe est $G_2(8, 4 ; 3, 1)$.
3. Les placer sur le graphique.
4. La droite ($G_1 G_2$) est appelée **droite de Mayer** du nuage de points.
Trouver son équation.



Exercice I

Voici le nombre d'entrées faites par un musée pendant les six premiers mois de l'année.

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	820	720	875	834	919	986

1. Tracer le nuage de points de la série.
2. Tracer la droite de Mayer associée à cette série.
3. À l'aide de ce modèle et par lecture graphique, estimer le nombre d'entrées le septième jour.
4. Trouver l'équation de la droite de Mayer.
Retrouver alors par le calcul le résultat précédent