

Exercices de probabilité

Exercice I Test de dépistage

Un test de dépistage d'une maladie est mis en vente.

Le mode d'emploi précise que :

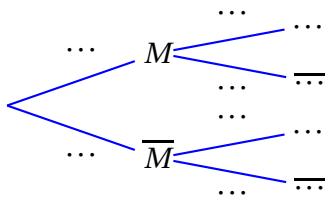
- pour une personne n'étant pas malade, le test est néanmoins positif, (c'est-à-dire désigne cette personne comme malade) dans 2,5 % des cas;
- pour une personne malade, le test est néanmoins négatif, (c'est-à-dire, désigne cette personne comme non malade) dans 0,1 % des cas.

On suppose qu'une maladie touche 2 % de la population d'un pays et qu'on décide de faire passer ce test à tous les habitants.

On considère, pour un nabitant donné, les évènements :

- M : « cet habitant est malade »
- T : « le test est positif ».

1. Recopier et compléter l'arbre, pondérée ci-contre afin qu'il représente la situation.



2. (a) Calculer $p(M \cap T)$
(b) En déduire la probabilité que la personne soit malade, sachant que le test est positif.
(c) Peut-on dire que ce test est efficace?

Exercice II Vaccin contre la grippe

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminué pour plusieurs raisons, il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans une ville a permis de constater que :

- 40 % de la population est vacciné;
- 8 % des personnes vaccinés ont contracté la grippe;
- 20 % de la population a contracté la grippe. (**À vérifier**)

. On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les évènements.

- V : « la personne est vaccinée contre la grippe »

- G : « la personne a à contracté la grippe ».
1. Donner la probabilité de l'évènement G .
 2. Représenter la situation par un arbre pondéré dans lequel figure une inconnue.
 3. Déterminer la probabilité que la personne ait contracté la grippe et soit vaccinée.
 4. La personne choisie n'est pas vaccinée. Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.

Exercice III Classe de risque

Une compagnie d'assurance répartit ses clients en trois classes : R_1 , les risques forts, R_2 , les risques moyens et R_3 , les risques faibles.

Les effectifs de ces trois classes représentent 20 % de la population totale des clients pour la classe R_1 , 50 % pour la classe R_2 et 30 % pour la classe R_3 .

Les statistiques indiquent que les probabilités d'avoir un accident au cours de l'année, pour une personne de chacune de ces trois classes, sont respectivement de 0,3, 0,15 et 0,05.

- 1) Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard parmi les clients de cette compagnie ait un accident dans l'année?
- 2) Gaëlle n'a pas eu d'accident cette année. Quelle est la probabilité qu'elle appartienne à la classe R_1 ? à la classe R_2 ? à la classe R_3 ?

Exercice IV Lutte anti-dopage

Une agence de lutte contre le dopage a mis au point un test pour détecter un nouveau produit dopant. On estime que :

- 2 % des sportifs utilisent ce produit dopant;
- si un sportif a ingéré ce produit, le test est positif dans 99 % des cas;
- s'il n'a pas pris le produit, le test est positif dans 1,5 % des cas (on parle alors de faux positifs).

- 1) Un sportif est testé positif. Quelle est la probabilité qu'il soit dopé?
- 2) Suite à diverses améliorations, la probabilité d'avoir un faux positif, notée p , a pu être diminuée de telle sorte que la probabilité qu'un sportif soit dopé, sachant qu'il est testé positif, soit égale à 95 %.

Calculer la valeur de p .