

## Exercices (feuille n° 5)

### Exercice I Suite auxiliaire

Soit  $u$  la suite définie par  $u(n+1) = 4u(n) + 9$  pour  $n \geq 0$  et  $u(0) = 1$ .

- 1) Calculer  $u(1)$  et  $u(2)$ .
- 2) Montrer que la suite  $u$  n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 3) Soit  $v$  la suite définie par  $v(n) = u(n) + 3$ .
  - (a) Calculer  $v(0)$ .
  - (b) Montrer que  $v$  est géométrique de raison 4.
  - (c) En déduire une expression de  $v(n)$  en fonction de  $n$ .
  - (d) Déduire de la question précédente une expression de  $u(n)$  en fonction de  $n$ .

### Exercice II Taux de reproduction d'un virus

On s'intéresse à l'évolution d'une épidémie de rhume causée par un virus au sein d'une population.

On note  $R_0$  le taux de reproduction d'une maladie.

Cela correspond au nombre de personnes qu'une personne malade va contaminer.

On suppose que la maladie est bénigne et que chaque personne guérit spontanément au bout d'une semaine.

On estime à 60 000 le nombre de personnes malades actuellement.

On note  $(u_n)u(n)$  le nombre de personnes (en milliers) contaminées au bout de  $n$  semaines.

Ainsi,  $u(0) = 60$ .

#### Partie A : une première modélisation

On suppose ici que  $R_0 = 1,4$ .

- 1) Justifier que  $u(1) = 84$  puis calculer  $u(2)$  et  $u(3)$ .
- 2) Déterminer une expression de  $u(n+1)$  en fonction de  $u(n)$ .
- 3) Quelle est la nature de la suite  $u$ ?
- 4) Quelle limite présente cette modélisation?

#### Partie B : Cas général

- 1) Déterminer une expression de  $u(n+1)$  en fonction de  $u(n)$  et de  $R_0$ .
- 2) Déterminer le sens de variation de la suite  $u$  en discutant selon les valeurs de  $R_0$ .

## Exercices (feuille n° 5)

### Exercice I Suite auxiliaire

Soit  $u$  la suite définie par  $u(n+1) = 4u(n) + 9$  pour  $n \geq 0$  et  $u(0) = 1$ .

- 1) Calculer  $u(1)$  et  $u(2)$ .
- 2) Montrer que la suite  $u$  n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 3) Soit  $v$  la suite définie par  $v(n) = u(n) + 3$ .
  - (a) Calculer  $v(0)$ .
  - (b) Montrer que  $v$  est géométrique de raison 4.
  - (c) En déduire une expression de  $v(n)$  en fonction de  $n$ .
  - (d) Déduire de la question précédente une expression de  $u(n)$  en fonction de  $n$ .

### Exercice II Taux de reproduction d'un virus

On s'intéresse à l'évolution d'une épidémie de rhume causée par un virus au sein d'une population.

On note  $R_0$  le taux de reproduction d'une maladie.

Cela correspond au nombre de personnes qu'une personne malade va contaminer.

On suppose que la maladie est bénigne et que chaque personne guérit spontanément au bout d'une semaine.

On estime à 60 000 le nombre de personnes malades actuellement.

On note  $(u_n)u(n)$  le nombre de personnes (en milliers) contaminées au bout de  $n$  semaines.

Ainsi,  $u(0) = 60$ .

#### Partie A : une première modélisation

On suppose ici que  $R_0 = 1,4$ .

- 1) Justifier que  $u(1) = 84$  puis calculer  $u(2)$  et  $u(3)$ .
- 2) Déterminer une expression de  $u(n+1)$  en fonction de  $u(n)$ .
- 3) Quelle est la nature de la suite  $u$ ?
- 4) Quelle limite présente cette modélisation?

#### Partie B : Cas général

- 1) Déterminer une expression de  $u(n+1)$  en fonction de  $u(n)$  et de  $R_0$ .
- 2) Déterminer le sens de variation de la suite  $u$  en discutant selon les valeurs de  $R_0$ .