

Feuille d'exercices sur la loi binomiale (3)

Exercice I (d'après bac ES Liban mai 2018)

80 personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,021 92.

Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les personnes de ce groupe.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat.
3. Sans le justifier, donner la valeur arrondie à 10^{-3} de :
 - la probabilité qu'au moins une personne du groupe fasse sonner le portique;
 - la probabilité qu'au maximum 5 personnes fassent sonner le portique.

Exercice II (d'après Bac ES Antilles Guyane septembre 2018)

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de sur-réservation afin d'abaisser les coûts.

Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site Internet de la compagnie.

Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de 200 places et a vendu 202 réservations.

On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $N = 202$ et $p = 0,971$.

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.
2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement.
3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de sur-réservation (c'est-à-dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

Exercice III (d'après Métropole ES juin 2017)

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.

L'angine est bactérienne dans 20 % des cas.

Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30 % des cas;
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10 % des cas.

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- B l'événement : « l'angine du malade est bactérienne »;
- T l'événement : « le test effectué sur le malade est positif ».

On rappelle que si E et F sont deux événements, $p(E)$ désigne la probabilité de E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de E sachant que F est réalisé. On note \bar{E} l'événement contraire de E .

- 1) Représenter la situation par un arbre de probabilité.
- 2) (a) Quelle est la probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif?

(b) Montrer que la probabilité que le test soit positif est 0,22.

(c) Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne?

3) On choisit au hasard cinq malades atteints d'une angine.

On note X la variable aléatoire qui donne, parmi les cinq malades choisis, le nombre de malades dont le test est positif.

(a) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

(b) Calculer la probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif.

(c) Calculer l'espérance mathématique de X .

Exercice IV

On lance une pièce truquée dont la probabilité d'obtenir « FACE » est 0,2 et on appelle F la variable aléatoire donnant le nombre d'essais nécessaires pour obtenir « Face ».

1. Justifier que F suit une loi géométrique et en donner le paramètre.

2. Déterminer la probabilité que l'on ait besoin d'exactly trois essais pour obtenir « FACE ».

3. Déterminer la probabilité que l'on ait besoin de quatre essais ou moins pour obtenir « FACE ».

4. Combien de lancers peut-on « espérer » faire pour obtenir « FACE »?

Exercice V

On note X le nombre cartes qu'il faut tirer avec remise dans un jeu de 32 cartes pour avoir un premier As.

1. Justifier que X suit une loi géométrique dont on donnera le paramètre.

2. Calculer la probabilité qu'il faille tirer exactement 6 cartes pour avoir un premier As.

3. Calculer la probabilité qu'il faille tirer plus de 6 cartes pour avoir un premier As.

4. Calculer la probabilité qu'il faille tirer au plus 6 cartes pour avoir un premier As

Exercice VI

On lance une pièce truquée dont la probabilité d'obtenir « FACE » est 0,2 et on appelle F la variable aléatoire donnant le nombre d'essais nécessaires pour obtenir FACE.

1. Justifier que F suit une loi géométrique et en donner le paramètre.

2. Déterminer la probabilité que l'on ait besoin d'exactly trois essais pour obtenir « FACE ».

3. Déterminer la probabilité que l'on ait besoin de quatre essais ou moins pour obtenir « FACE ».

4. Combien de lancers peut-on « espérer » faire pour obtenir « FACE »?

Exercice VII

On note X le nombre cartes qu'il faut tirer avec remise dans un jeu de 32 cartes pour avoir un premier « As ».

1. Justifier que X suit une loi géométrique dont on donnera le paramètre.

2. Calculer la probabilité qu'il faille tirer exactement 6 cartes pour avoir un premier « As ».

3. Calculer la probabilité qu'il faille tirer plus de 6 cartes pour avoir un premier « As ».

4. Calculer la probabilité qu'il faille tirer au plus 6 cartes pour avoir un premier « As ».