

Feuille d'exercices sur la fonction ln (3)

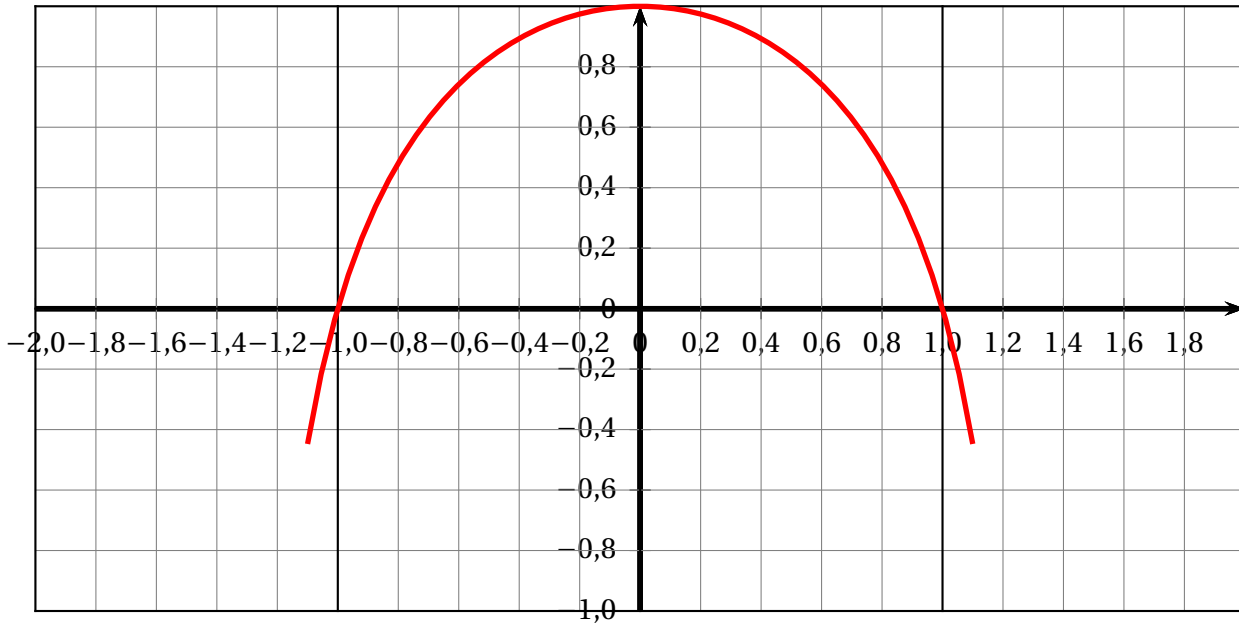
Exercice I

On considère une fonction g pour laquelle il existe trois nombres réels a , b et c , tels que, pour $x \in \mathbb{R}$

$$g(x) = \ln(ax^2 + bx + c).$$

La représentation graphique de g est donnée ci-dessous.

Déterminer les valeurs de a , b et c .



Exercice II

Une entreprise produit et vend des composants électroniques.

Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 1 000 et 30 000 pièces.

On suppose que toute la production est commercialisée.

Le bénéfice en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x milliers de pièces, est donné sur l'intervalle $[1 ; 30]$ par :

$$B(x) = -0,5x^2 + 6x - 20 + 2x \ln(x).$$

- 1) Montrer que : $B'(x) = -x + 8 + 2 \ln(x)$ où B' est la dérivée de B sur l'intervalle $[1 ; 30]$.
- 2) Montrer que $B''(x) = -1 + \frac{2}{x}$, où B'' est la dérivée seconde de B sur l'intervalle $[1 ; 30]$, c'est-à-dire la dérivée de B' .

Justifier le tableau de variations ci-dessous de la fonction dérivée B' sur l'intervalle $[1 ; 30]$.

x	1	2	30
$B'(x)$		$2 + 2 \ln 2$	
		↙	↘
			$-22 + 2 \ln 30$

- 3) a) Montrer que l'équation $B'(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[1 ; 30]$.
b) Donner une valeur approchée au millième de la valeur de α .
- 4) En déduire le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 30]$, et donner le tableau de variations de la fonction bénéfice B sur ce même intervalle.
- 5) Quel est le nombre de pièces à produire, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal?
Quel est ce bénéfice maximal (arrondi au millier d'euros)?