

Contrôle

Loi de probabilité

Exercice I (3 points)

Une entreprise produit des composants électroniques, dont on estime que 5 % d'entre eux sont défectueux.

On prélève 10 composants parmi le stock. On suppose que le stock est assez grand pour que cette sélection soit assimilée à un tirage avec remise dans le stock. On note X le nombre de composants défectueux ainsi piochés.

- 1) Quelle est la loi de la variable aléatoire X ? Expliquer.
- 2) Quelle est la probabilité qu'aucune pièce ne soit défectueuse?
- 3) Que vaut $p(X \leq 2)$?

$$\text{On admet que } \binom{10}{1} = 10 \text{ et } \binom{10}{2} = 45.$$

Fonction ln

Exercice II (2 points)

Exprimer les nombres suivants en fonction de $\ln(3)$:

- a) $\ln(27)$
- b) $\ln\left(\frac{1}{9}\right)$
- c) $\ln(\sqrt{3}) - 2\ln(3)$

Exercice III (3 points)

Résoudre les équations suivantes :

- a) $\ln(x+1) = 0$ (pour $x > -1$)
- b) $\ln(4x) = \ln(x-3)$ pour $x > 3$
- c) $\ln(x+5) = 7$ pour $x > -5$

Exercice IV (3 points)

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer l'expression de la dérivée $f'(x)$:

- a) $f(x) = x \ln(x)$ sur $]0; +\infty[$.
- b) $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$ sur $]0; +\infty[$.

Exercice V (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x(\ln(x) - 1).$$

1. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$.
En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Calculer $f'(x)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$.
4. En déduire les variations de f sur $]0; +\infty[$ (on admettra que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$).
5. Calculer $f(e)$.
6. En déduire le signe de $f(x)$ sur $]0; +\infty[$.

Primitives

Exercice VI (4 points)

Pour chacune des fonctions f suivantes, trouver une primitive F .

- 1) $f(x) = x^3 + 5x + 7$ sur \mathbb{R} .
- 2) $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$.
- 3) $f(x) = e^x + \frac{1}{x^3}$ sur $]0; +\infty[$.