# Feuille d'exercices n° 4 (théorème des valeurs intermédiaires)

## Exercice I

Résoudre l'équation $f(x) = 0$ pour chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = (x-3)(x+5)$

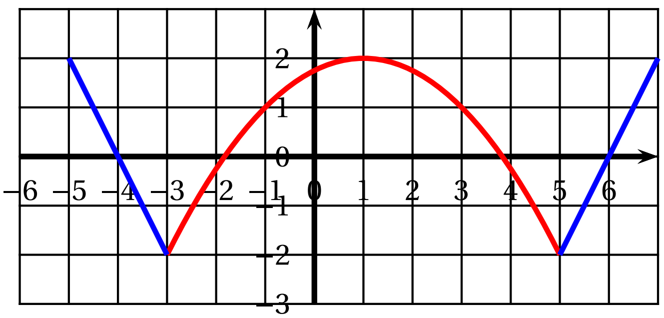
b) $f(x) = x^2 - 9$

c) $f(x) = x^2 - 7x$

d) $f(x) = x^2 - 35x$

## Exercice II

Soit $f$ une fonction définie sur $[-5\ ;\ 7]$ dont la courbe représentative est tracée ci-dessous.




Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ et donner une encadrement entre deux entiers consécutifs de chacune d'entre elles.

## Exercice III

Le tableau de variation d'une fonction continue $f$ est donné ci-dessous.

| $x$ | $-2$ | | $3$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Variation de $f$ | $6$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $2$ |

Déterminer le nombre de solutions de chacune des équations suivantes sur l'intervalle [-2 ; 5] :

a) $f(x) = 0$

b) $f(x) = 4$

c) $f(x) = -3$

## Exercice IV

Le tableau de variation d'une fonction continue $f$ est donné ci-dessous.

| $x$ | $-5$ | | $2$ | | $5$ | | $9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-10$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $2,5$ | $\nearrow$ | $15$ |

Déterminer le nombre de solutions de chacune des équations suivantes sur l'intervalle [-2 ; 5] :

a) $f(x) = -9$

b) $f(x) = 3$

c) $f(x) = 18$

## Exercice V

Soit $f$ une fonction continue sur [-3 ; 4].
On sait que $f(-3) = -2$ et $f(4) = 5$.
Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans [-3 ; 4].

## Exercice VI

Soit $f$ une fonction continue sur [-5 ; 8].
On sait que $f(-3) = 5$, $f(1) = -2$ et $f(5) = 7$.
Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins deux solutions dans [-5 ; 8].

## Exercice VII

Soit $f$ la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x^3 + x - 1.$$

1. Montrer que la fonction $f$ est croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $x_0$ dans $[0 ; 1]$.
3. Montrer que $x_0$ est l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $[0\ ;\ +\infty[$.
4. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de $x_0$ à $10^{-2}$ près de cette solution.