

## Correction de l'exercice bac ES Amérique du Nord juin 2019

1. En février, un mois se sera écoulé, donc  $n = 1$ .  $u_1 = 0,9u_0 + 42 = 0,9 \times 280 + 42 = \boxed{294}$

2. Pour tout entier naturel  $n$ , on a  $v_n = u_n - 420$

$$(a) \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = u_{n+1} - 420 = 0,9u_n + 42 - 420 = 0,9u_n - 378 = 0,9 \left( u_n - \frac{378}{0,9} \right) = 0,9(v_n - 420) = \boxed{0,9v_n}.$$

La suite  $(v_n)$  est donc une suite géométrique de raison  $q = 0,9$  et de premier terme

$$v_0 = u_0 - 420 = \boxed{-140}$$

$$(b) \forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 \times q^n = -140 \times 0,9^n. \text{ De plus } u_n = v_n + 420 \text{ donc } u_n = \boxed{-140 \times 0,9^n + 420}.$$

3. La raison de la suite  $(v_n)$  appartient à l'intervalle  $] -1; 1[$ , donc  $\boxed{\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0}$ .

Or  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = v_n + 420$ . Donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 420$ .

Cela signifie qu'au bout d'un certain nombre de mois, le nombre de véhicules loués va se rapprocher de 420.

4. (a) L'algorithme de seuil complété :

```
N ← 0
U ← 280
Tant que U ≤ 380
    N ← N + 1
    U ← 0,9 × U + 42
Fin Tant que
```

(b) À l'aide de la calculatrice, on trouve :  $\boxed{u_{11} \approx 376,1}$  et  $\boxed{u_{12} \approx 380,5}$ .

La variable  $N$  contient la valeur 12 à la fin de l'exécution de l'algorithme.

(c) C'est donc en janvier 2020 (12 mois après janvier 2019) que la commune devra augmenter le nombre de voitures.

C'est donc en janvier 2020 que la commune devra augmenter le nombre de voitures.