

Exercices sur les sommes de termes consécutifs de suites arithmétiques et géométriques

Exercice I

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 2.

Déterminer la valeur de la somme :

$$S_{34} = u_0 + u_1 + \dots + u_{34}.$$

Exercice II

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{4}$.

Déterminer la somme S définie par :

$$S = u_{11} + u_{12} + \dots + u_{25}.$$

Exercice III

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 2.

Déterminer la somme S des 100 premiers termes.

Exercice IV

En 2012, un artisan batelier a transporté 300 tonnes de marchandises sur sa péniche.

Il augmente sa cargaison chaque année de 11 % par rapport à l'année précédente.

On modélise alors la quantité en tonnes de marchandises transportées par l'artisan batelier par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n est la quantité en tonnes de marchandises transportées en $(2012+n)$.

Ainsi . $u_0 = 300$.

1. (a) Donner la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.
(b) Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .
2. Le batelier décide qu'à partir de 1 000 tonnes transportées dans l'année, il achètera une péniche plus grande.

(a) Recopier et compléter l'algorithme suivant, écrit en langage Python, afin de déterminer en quelle année il devra changer de péniche :

```
u = 300
n = 0
while ..... :
    u = ...
    n = n + 1
```

- (b) En quelle année changera-t-il de péniche?
3. Une tonne transportée est payée au batelier 15 €.
- La proposition : « Le chiffre d'affaires total entre 2012 et 2019 de l'artisan batelier sera supérieur à 70 000 € » est-elle vraie?
- Justifier la réponse.

Exercice V

On s'intéresse à l'évolution du nombre d'abonnés d'un nouveau réseau réseau social dont l'abonnement est payant annuellement.

À la fin 2019, le réseau compte exactement 600 personnes abonnées.

L'administrateur de la plateforme prévoit chaque année que 20 % des anciens abonnés ne se réabonnent pas, et que 2 000 nouvelles personnes s'abonnent. On note u_n le nombre d'abonnés sur la plateforme en $2019 + n$.

- 1) Combien y aura-t-il d'abonnés en 2020?
- 2) Donner la valeur de u_0 et u_1 .
- 3) Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,8u_n + 2000$.
- 4) On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 10000$.
 - a) Justifier que la suite (v_n) est une suite géométrique.
 - b) Déterminer la valeur de v_0 .
 - c) En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
 - d) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
 - e) Combien d'abonnés l'administrateur prévoit-il en 2050?