

Exercices sur les sommes de termes consécutifs de suites arithmétiques et géométriques

Exercice I

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 2.

Déterminer la valeur de la somme :

$$S_{34} = u_0 + u_1 + \cdots + u_{34}.$$

Exercice II

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{4}$.

Déterminer la somme S définie par :

$$S = u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{25}.$$

Exercice III

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 2.

Déterminer la somme S des 100 premiers termes.

Exercice IV

En 2012, un artisan batelier a transporté 300 tonnes de marchandises sur sa péniche.

Il augmente sa cargaison chaque année de 11 % par rapport à l'année précédente.

On modélise alors la quantité en tonnes de marchandises transportées par l'artisan batelier par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n est la quantité en tonnes de marchandises transportées en $(2012+n)$.

Ainsi $u_0 = 300$.

- (a) Donner la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.
(b) Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .
- Le batelier décide qu'à partir de 1 000 tonnes transportées dans l'année, il achètera une péniche plus grande.

- (a) Recopier et compléter l'algorithme suivant, écrit en langage Python, afin de déterminer en quelle année il devra changer de péniche :

```
u = 300
n = 0
while ..... :
    u = ...
    n = n + 1
```

- (b) En quelle année changera-t-il de péniche?

3. Une tonne transportée est payée au batelier 15 €.

La proposition : « Le chiffre d'affaires total entre 2012 et 2019 de l'artisan batelier sera supérieur à 70 000 € » est-elle vraie?

Justifier la réponse.

Exercice V

On s'intéresse à l'évolution du nombre d'abonnés d'un nouveau réseau social dont l'abonnement est payant annuellement.

À la fin 2019, le réseau compte exactement 600 personnes abonnées.

L'administrateur de la plateforme prévoit chaque année que 20 % des anciens abonnés ne se réabonnent pas, et que 2 000 nouvelles personnes s'abonnent.

On note u_n le nombre d'abonnés sur la plateforme en $2019 + n$.

- Combien y aura-t-il d'abonnés en 2020?
- Donner la valeur de u_0 et u_1 .
- Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,8u_n + 2000$.
- On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 10000$.
 - Justifier que la suite (v_n) est une suite géométrique.
 - Déterminer la valeur de v_0 .
 - En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
 - En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
 - Combien d'abonnés l'administrateur prévoit-il en 2050?