

Exercice de bac sur un codage affine

Antilles–Guyane juin 2008

Partie A

On considère l'équation (E) : $11x - 26y = 1$, où x et y désignent deux nombres entiers relatifs.

1. Vérifier que le couple $(-7; -3)$ est solution de (E).
2. Résoudre alors l'équation (E).
3. En déduire le couple d'entiers relatifs $(u; v)$ solution de (E) tel que $0 \leq u \leq 25$.

Partie B

On assimile chaque lettre de l'alphabet à un nombre entier comme l'indique le tableau ci-dessous :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

On « code » tout nombre entier x compris entre 0 et 25 de la façon suivante :

- on calcule $11x + 8$
- on calcule le reste de la division euclidienne de $11x + 8$ par 26, que l'on appelle y .

x est alors « codé » par y .

Ainsi, par exemple, la lettre L est assimilée au nombre 11 ; $11 \times 11 + 8 = 129$ or $129 \equiv 25 \pmod{26}$; 25 est le reste de la division euclidienne de 129 par 26. Au nombre 25 correspond la lettre Z.

La lettre L est donc codée par la lettre Z.

1. Coder la lettre W.
2. Le but de cette question est de déterminer la fonction de décodage.
 - (a) Montrer que pour tous nombres entiers relatifs x et j , on a :

$$11x \equiv j \pmod{26} \text{ équivaut à } x \equiv 19j \pmod{26}.$$

- (b) En déduire un procédé de décodage.
- (c) Décoder la lettre W.