Exercices du livre sur les probabilités

n° 4 page 329

Pour chaque expérience aléatoire suivante, lister toutes les issues et proposer une loi de probabilité lorsque le bon sens le permet.

a) On lance une pièce deux fois successivement.
$\Omega = \{PP\ ;\ PF\ ;\ FP\ ;\ FF\}$.

Événement	PP	PF	FP	FF
Probabilité	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

b) Ω correspond aux deux couleurs possibles, c'est-à-dire deux issues possibles : Ω =bleu, rouge.
$p(\text{« rouge »}) = \frac{2}{5}$ et $p(\text{« bleu »}) = \frac{3}{5}$.

c) Dans la classe, on s'intéresse à la pointure de chaussure des élèves.
Ω est la liste des pointures possibles.
On ne peut pas déterminer les probabilités puisque l'on ne connaît pas la répartition des élèves ni le nombre d'élèves.

d) On lance une pièce de monnaie équilibrée puis un dé à six faces équilibré.
$\Omega = \{(P\ ;\ 1)\ ;\ (P\ ;\ 2)\ ;\ \cdots (P\ ;\ 6)\ ;\ (F\ ;\ 1)\ ;\ \cdots (F\ ;\ 6)\}$

n° 6

1. La probabilité d'avoir un valet ou un pique est $\frac{4+12}{52} = \frac{16}{52} = \boxed{\frac{4}{13}}$ (quatre valets plus douze cartes de couleur pique autres que le valet).
Si on note V l'événement « avoir un valet » et P « avoir un pique » :
$p(V \cup P) = p(V) + p(P) - p(V \cap V)$
$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52}$
2. La probabilité de n'obtenir ni un as ni un coeur est : $\frac{36}{52} = \boxed{\frac{9}{13}}$ (il faut retirer des 52 cartes les quatre cœurs et les douze cartes de cœur autres que les as).
On utilise l'événement contraire.

n° 7

1. salade et/ou fromage : un diagramme de Venn
2. couleur des cheveux parmi garçons et filles dans une classe : tableau à double entrée
3. Pièce de monnaie puis lancer d'un dé : arbre

n° 8

1. voir c) du n° 7
2. Nombre d'issues : $\times 2 \times 6 = \boxed{12}$

n° 10

Situation 1 : le dé est truqué et nombre toujours sur 1 ; cela correspond à la loi C.
Situation 2 : le dé est truqué et nombre toujours sur 1 ; cela correspond à la loi A.
Situation 3 : le dé est truqué et nombre toujours sur 1 ; cela correspond à la loi B.

n° 11

Issue	Noire	Blanche	Rouge	Autre
Probabilité	$\frac{41}{200}$	$\frac{73}{200}$	$\frac{28}{200}$	$\frac{58}{200}$

n° 13

x est la probabilité d'avoir Face ; la probabilité d'avoir Pile est $3x$.
On doit avoir $x + 3x = 1$ donc $4x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$.
$p(F) = \frac{1}{4}$ et $p(P) = \frac{3}{4}$.

n° 14

- a ; $P_3 = 0,5$
- b ; $P_5 = 1$ (événement certain)
- c ; $P_4 = \frac{2}{5} = 0,4$
- d ; $P_1 = \frac{3}{4} = 0,75$
- e ; $P_2 = 0$ (événement impossible)

n° 20

1. $p(A) = \frac{5}{8}$
2. $p(B) = \frac{3}{8}$
3. $p(A \cap B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
4. $p(A \cup B) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
5. $p\left(\overline{A}\right) = \frac{3}{8}$

n° 21

1. Faux : $p\left(\overline{A}\right) = 1 - p(A) = \boxed{0,48}$
2. Faux : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
   $= 0,2 + 0,5 - 0,1 = \boxed{0,6}$
3. $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B)$
   $= \frac{1}{3} + \frac{1}{7} - \frac{13}{21} = -\frac{3}{21} = -\frac{1}{7}$ (impossible, car nombre négatif). C'est donc faux.
4. $p\left(\overline{A}\right) = 0,4$ donc $p(A) = 0,6$
   $p(B) = 1 - P\left(\overline{B}\right) = 1 - 0,2 = 0,8$
   $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0,6 + 0,8 - 0,8$
   $= 0,6 \neq 0,1$ donc faux.

n° 23

1. • Le nombre d'élèves de $A \cap B$ est 20.
   • 240 élèves ont choisi au moins une option
   $(80 + 160 - 20 = 240)$.
   On en déduit que 60 élèves n'ont choisi aucune de ces deux options.
2. (a) $p(A) = \frac{80}{300} = \frac{4}{15}$.
   (b) $p(A \cap B) = \frac{20}{300} = \frac{1}{15}$
   (c) $p(A \cup B) = \frac{240}{300} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$
3. $P(A) + p(B) = \frac{80}{300} + \frac{180}{300} = \frac{260}{300} = \frac{13}{15}$.
   Non car $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. Si on ajoute $p(A)$ et $p(B)$, on compte deux fois les élèves qui suivent les deux options.

n° 25

Dans une production de 100 000 pièces d'usine, on tire au hasard une pièce et on contrôle sa qualité.
À l'issue du contrôle, la pièce est soit acceptée, soit refusée. Mais il arrive que le contrôle fasse quelques erreurs de diagnostic.
On définit les évènements suivants : V : « La pièce est valable » ;
A : « La pièce est acceptée »
. 5 % des pièces sont non valables (défectueuses).
2 % des pièces valables sont refusées,
20 % des pièces non valables sont refusées.

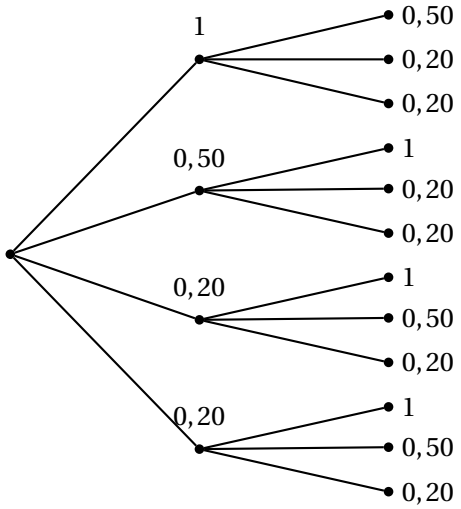
1. Tableau

	Acceptée	Refusée	Total
valable	93 100	1 900	95 000
Non valable	4 000	1 000	5 000
Total	97 100	2 900	100 000

2. (a) La probabilité que cette pièce soit acceptée est $\frac{97\,100}{100\,000} = \boxed{0,971}$.
   (b) Le risque de l'acheteur est $\frac{4\,000}{97\,100} = \boxed{\frac{40}{971}}$.
   Le risque du vendeur est $\frac{1\,900}{2\,900} = \boxed{\frac{19}{29}}$

n° 29

1. Arbre :



2. L'univers (ensemble des résultats possibles) est constitué de 12 couples.
   • $p(A) = \frac{2}{12} = \boxed{\frac{1}{6}}$
   • $p(B) = p\left(\overline{A}\right) = 1 - \frac{1}{6} = \boxed{\frac{5}{6}}$.
   • $p(C) = \frac{3}{12} = \boxed{\frac{1}{4}}$
   • $p(D) = \frac{6}{12} = \boxed{\frac{1}{2}}$