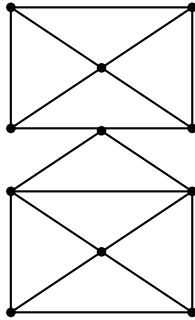


Exemples introductifs à la théorie des graphes

On ne cherchera pas à donner de justification.

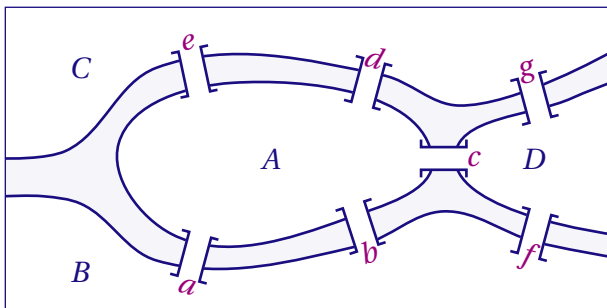
I

Peut-on dessiner les figures ci-dessous sans lever le crayon et sans tracer deux fois le même segment ?



II Ponts de Königsberg

Au XVIII^{ème} siècle, les habitants de Königsberg (actuellement Kaliningrad, région de la Russie frontalière de la Pologne et de la Lituanie) aimaient se promener le dimanche. La ville de Königsberg comprenait 7 ponts, disposés selon le schéma ci-dessous. Le souhait des habitants de Königsberg était de faire un trajet passant une fois et une seule par chaque pont. Comment faire ?

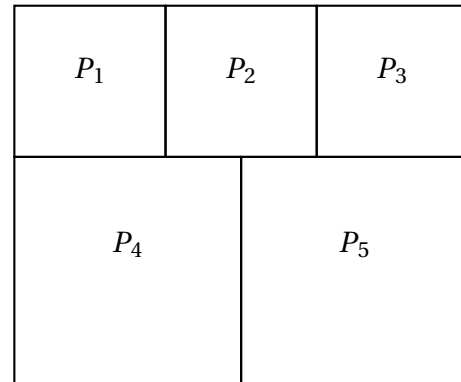


Est-il possible de se promener en ne passant qu'une seule fois sur chacun des sept ponts ?

III

Cinq pays sont représentés ci-contre avec leurs frontières.

Est-il possible de partir d'un pays et d'y revenir en franchissant chaque frontière une fois et une seule ?



IV

Une chaîne de cinq magasins décide d'ouvrir ses magasins en nocturne avec les contraintes suivantes :

- les deux premiers magasins ne peuvent pas être ouverts ensemble ;
- il en est de même pour les deux derniers ;
- au plus un seul magasin peut être ouvert parmi les magasins 1, 3, 4.

Trouver un état qui maximise le nombre de magasins ouverts en nocturne, tout en respectant les contraintes.

V

Une ligue de foot comporte 5 équipes.

Il est décidé par le bureau de la ligue que lors d'un week-end d'entraînement, chaque équipe jouera 4 matchs. Comment l'organiser ? Le calendrier étant trop chargé, les organisateurs décident que chaque équipe ne jouera que 3 matchs. Comment l'organiser ?

Solutions :

I

De tels tracés sont possibles si le graphe correspondant admet un chemin eulérien, c'est-à-dire s'il contient exactement 0 ou 2 sommets de degré impair. La réponse est donc positive uniquement pour la deuxième figure.

II