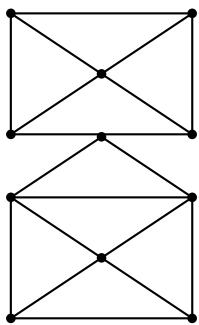


Exemples introductifs à la théorie des graphes

On ne cherchera pas à donner de justification.

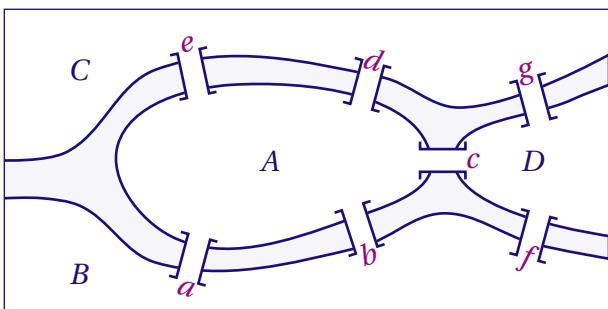
I

Peut-on dessiner les figures ci-dessous sans lever le crayon et sans tracer deux fois le même segment?



II Ponts de Königsberg

Au XVIIIème siècle, les habitants de Königsberg (actuellement Kaliningrad, région de la Russie frontalière de la Pologne et de la Lituanie) aimaient se promener le dimanche. La ville de Königsberg comprenait 7 ponts, disposés selon le schéma ci-dessous. Le souhait des habitants de Königsberg était de faire un trajet passant une fois et une seule par chaque pont. Comment faire?

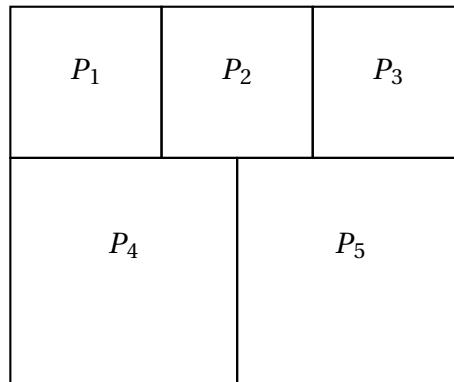


Est-il possible de se promener en ne passant qu'une seule fois sur chacun des sept ponts?

III

Cinq pays sont représentés ci-contre avec leurs frontières.

Est-il possible de partir d'un pays et d'y revenir en franchissant chaque frontière une fois et une seule?



IV

Une chaîne de cinq magasins décide d'ouvrir ses magasins en nocturne avec les contraintes suivantes :

- les deux premiers magasins ne peuvent pas être ouverts ensemble;
- il en est de même pour les deux derniers;
- au plus un seul magasin peut être ouvert parmi les magasins 1, 3, 4.

Trouver un état qui maximise le nombre de magasins ouverts en nocturne, tout en respectant les contraintes.

V

Une ligue de foot comporte 5 équipes.

Il est décidé par le bureau de la ligue que lors d'un week-end d'entraînement, chaque équipe jouera 4 matchs. Comment l'organiser? Le calendrier étant trop chargé, les organisateurs décident que chaque équipe ne jouera que 3 matchs. Comment l'organiser?

Solutions :

I

De tels tracés sont possibles si le graphe correspondant admet un chemin eulérien, c'est-à-dire s'il contient exactement 0 ou 2 sommets de degré impair. La réponse est donc positive uniquement pour la deuxième figure.

II