

Correction de la feuille d'exercices (modèle linéaire)

I

On rappelle qu'une suite u est arithmétique s'il existe r tel que, pour tout n , $u(n+1) - u(n) = r$ (différence de termes consécutifs constante)

a) 1; 5; 9; 13; 17; 21

La différence des termes consécutifs vaut 4, donc ces nombres sont les premiers termes d'une suite arithmétique de raison $r = 4$.

b) 2; 9; 16; 23; 27; 34

$9 - 2 = 7$ mais $27 - 23 = 4$: la différence de deux termes consécutifs n'est pas constante. Ce ne sont pas les premiers termes d'une suite arithmétique.

c) 8; 3; -2; -7; -12 :

$3 - 8 = -5$; $-2 - 3 = -5$; $-7 - (-2) = -5$; $-12 - (-7) = -5$.

La différence de deux termes consécutifs vaut -5; ce sont les premiers termes d'une suite arithmétique de raison $r = -5$.

II

Soit u une suite arithmétique de premier terme $u(0) = 2$ et de raison 3.

1. Pour tout n , $u(n) = u(0) + nr = 2 + 3n$ (ou $3n + 2$)

2. Alors : $u(5) = 2 + 3 \times 5 = 2 + 15 = \boxed{17}$.

$u(10) = 2 + 3 \times 10 = \boxed{32}$.

III

Une population a une évolution linéaire. Cette population est de 352 000 individus en 2010 et de 356 000 individus en 2014.

Notons $u(n)$ la population lors de l'année 2010 + n et r la raison de cette suite.

2014 correspond à $n = 4$.

$u(4) = u(0) + 4r = 352\,000 + 4r$ et $u(4) = 356\,000$.

On en déduit $4r = 356\,000 - 352\,000 = 4000$ d'où $r = \boxed{1000}$.

La population en 2021 est $u(11) = u(0) + 11r = 352\,000 + 11 \times 1000 = \boxed{363000}$.

IV

La population des Hauts-de-France a augmenté d'environ 9420 par an entre 1990 et 1999. En 1990, la population était de 5 770 671.

1. Chaque année, on considère que la population augmente du même nombre, donc on a faire à un modèle linéaire.

2. On prend l'année 1990 comme année 0 et on considère la suite u telle que $u(n)$ modélise la population des Hauts-de-France à l'année n .

(a) On a donc $u(n) = u(0) + nr = 5\,770\,671 + 9420n$.

(b) 1999 correspond à $n = 9$; la population en 1999 est donc $u(9) = 5\,770\,671 + 9 \times 9420 = \boxed{5\,855\,451}$.

(c) En 2008, la population des Hauts-de-France est 5 931 091. 2008 correspond alors à $n = 18$, on calcule alors : $u(18) = 5\,770\,671 + 9420 \times 18 = 5\,940\,231$.

On remarque que le modèle surévalue le nombre d'habitants de 9 140, soit presque une année supplémentaire de croissance linéaire.

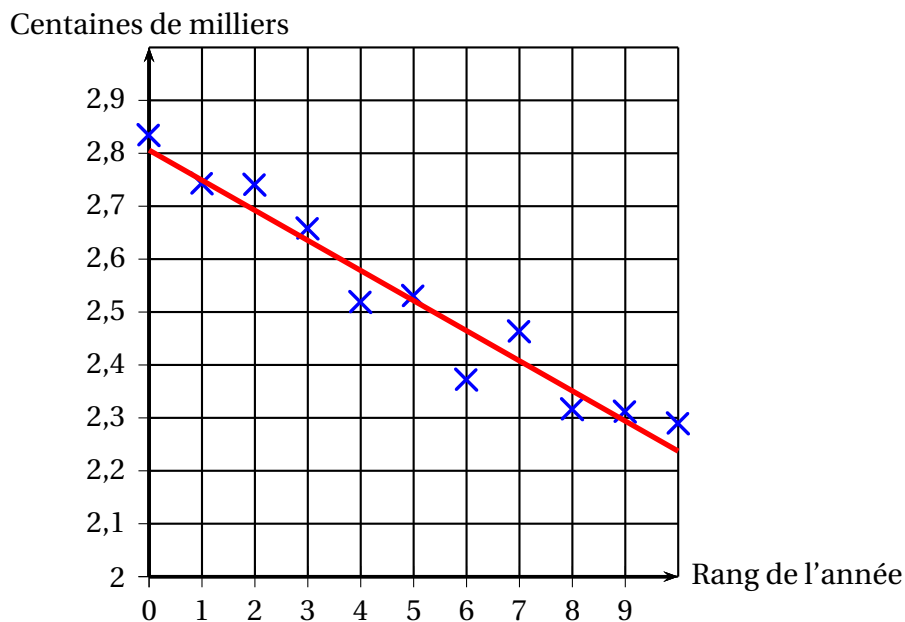
V

Le tableau suivant donne les nombres de mariages entre personnes de sexes différents en France entre 2005 et 2015.

année	2005	2006	2007	2008	2009	2010
population	283 036	273 914	273 669	265 404	251 478	252 654
année	2011	2012	2013	2014	2015	
population	236 826	245 930	231 225	230 770	228 565	

On a représenté sur le graphique suivant le nombre de mariages entre personnes de sexes différents entre 2005 et 2015, en prenant 2005 comme année 0.

On souhaite modéliser cette évolution par un modèle linéaire. Pour cela, on a également tracé sur le graphique la droite d'ajustement linéaire.



1. L'ordonnée à l'origine de cette droite est (approximativement) 2,8.
2. La droite passe (approximativement) par les points A(0 ; 2,8) et B(5 ; 2,53) (qui correspond à l'année 2011) donc le coefficient directeur est à peu près : $a = \frac{2,53 - 2,8}{5 - 0} \approx \boxed{-0,054}$
3. À la calculatrice, on trouve comme équation de la droite d'ajustement linéaire : $y = -0,05689x + 2,806$.
2018 = 2005 + 13 ; on remplace x par 13 dans l'équation précédente.
On trouve $\boxed{y = 0,05689 \times 13 + 2,806 = 2,06643}$.
Selon cette droite d'ajustement, le nombre de mariages serait donc de 2,06643 centaines de milliers, donc environ 206 643 mariages.
4. L'INSEE estime le nombre de mariages entre personnes de sexes différents à 228 349 en 2019.
228 349 \approx 2,28 centaines de milliers.
 $\frac{2,28349 - 2,06643}{2,06643} \approx 0,105 \approx 10,5\%$.
L'écart entre le résultat obtenu par cet ajustement et les prévisions de l'INSEE est assez important.