Loi de Hardy-Weinberg

- Godfrey Harold Hardy est un mathématicien britannique, né le 7 février 1877 à Cranleigh (comté de Surrey) et mort le 1er décembre 1947 à Cambridge.
- Wilhelm Weinberg : médecin allemand (1862-1937)

I Hypothèses

On considère deux allèles A et a chez les individus d'une population.
On suppose qu'on a :

- une population de grande taille
- qu'il n'y a aucune migration
- pas de mutation sur les allèles concernés.
- pas de sélection naturelle.

II Loi de Hardy-Weinberg

Alors :

- On note $p = f(A)$ la fréquence de l'allèle A;
- On note $q = f(a)$ la fréquence de a.
- On peut en tirer des renseignements sur le génotype à la génération. suivante.
  On peut avoir les génotypes AA, aa, Aa et aA.
  On peut calculer leurs fréquences d'apparition à l'aide d'un tableau de croisement :

	Allèle A (p)	Allèle a (q)
Allèle A (p)	AA $\left(p^2\right)$	Aa (pq)
Allèle a (q)	aA $\left(pq\right)$	aa $\left(q^2\right)$

  On en déduit que la fréquence d'apparition de Aa est $2pq$.

La fréquence allélique de A est $p' = p^2 + pq = p(p+q) = p \times 1 = p$ et celle de a est $q' = q^2 + pq = q(p+q) = q \times 1 = q$.
Ces fréquences restent les mêmes d'une génération à la suivante (loi de Hardy-Weinbreg).

III Exemple

Imaginons une population d'oiseaux qui présente une diversité de couleur au niveau de leur plumage.
La couleur du plumage est contrôlé par un gène, qui présente deux allèles.
L'allèle J, dominant, confère la couleur jaune aux plumes; l'allèle R, récessif, quant à lui confère la couleur rouge aux plumes.
Alors :

- Les homozygotes JJ sont jaunes
- Les hétérozygotes JR sont jaunes
- Les homozygotes récessifs RR sont rouges. Prenons comme exemple une population de 100 oiseaux composée ainsi : 53 oiseaux jaunes homozygotes JJ, 42 oiseaux jaunes hétérozygotes JR et 5 poseaux rouges homozygotes RR.

Calculons les fréquences génotypiques : on calcule le nombre d'individus d'un génotype qu'on divise par le nombre d'individus.

On obtient : $f(JJ) = \frac{53}{100} = 0,53$; $f(JR) = \frac{42}{100} = 0,42$ et $f(RR) = 0,05$.

Calculons les fréquences alléliques :

On note p la fréquence de J et q celle de R.

$p = \frac{\text{Nombre d'allèles } J\text{dans la population}}{\text{Nombre total d'allèles dans la population}} = \frac{2 \times \text{nombre}(JJ) + \text{nombre}(JR)}{2 \times \text{nombre d'individus}} = \frac{2 \times 53 = 42}{2 \times 100} = 0,74.$

De même :

$q = \frac{\text{Nombre d'allèles } R \text{ dans la population}}{\text{Nombre total d'allèles dans la population}} = \frac{2 \times \text{nombre}(RR) + \text{nombre}(JR)}{2 \times \text{nombre d'individus}} = \frac{2 \times 5 + 42}{2 \times 100} = 0,26.$

On remarque que l'on a bien : $p + q = 1$.

Le modèle deHardy-Weinberg prévoit que les fréquences génotypiques peuvent se calculer de la façon suivante :

$p^2 + 2pq + q^2 = 1$

‘ Comparons les fréquences réelles avec celles prévues par ce modèle.

Par le modèle, on obtient :

- $f(JJ) = p^2 = 0,74^2 = 0{,}5476$
- $f(JR) = 2pq = 2 \times 0,74 \times 0,26 = 0{,}3848$
- $p(RR) = q^2 = 0,26^2 = 0{,}0676$

On remarque que : $0{,}5476 \neq 0,53$; $0{,}3848 \neq 0,42$ et $0{,}0676 \neq 0,05$ (même si ce sont des valeurs proches).

Le système étudié ne semble pas **pas à l'équilibre de Hardy-Weinberg** pour ce gène.

On en déduit qu'au moins une des conditions nécessaires au modèle n'est pas respectée.