Correction des exercices (méthode CMR)

I

- N est la taille estimée de la population.
- Première session : $M = 82$ individus capturés.
- Seconde session : $n = 67$ individus capturés,
- $m = 2$ individus recapturés

Taille estimée de la population : $\frac{N}{M} = \frac{n}{m}$ donc

$N = M \times \frac{n}{m} = 82 \times \frac{67}{2} = \boxed{2747}$

Pour savoir si l la valeur de 49 % observée est précise à $\pm 10\,\%$, on utilise l'intervalle de confiance :

- Avec $\epsilon = \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{147}}$, on trouve : $\boxed{\epsilon \approx 0,0824 \approx 8,24\,\%}$. On obtient un résultat pour précis que $\pm 10\,\%$.
- Avec $\epsilon = 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96\sqrt{\frac{0,49 \times 0,51}{147}}$ $\approx \boxed{0,08}$, donc environ 8 %.

II

1. Le procédé de marquage est de couper une mèche de fourrure.
   Les avantages sont notamment de pouvoir faire une observation de loin et c'est une méthode qui ne fait pas mal à l'animal..
2. On a $N_i = M_i \times \frac{n_i}{m_i}$ avec $1 \leqslant i \leqslant 4$.
   $N_1 = 1291 \times \frac{1080}{291} \approx \boxed{3566}$.
   De même : $\boxed{N_2 = 4180}$
   $\boxed{N_3 = 3937}$
   $\boxed{N_4 = 4459}$
3. L'abondance moyenne est :
   $\overline{N} = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + N_4}{4} = \frac{16142}{4} \approx \boxed{4035,5}$.
4. L'intérêt de réaliser plusieurs recaptures est d'avoir un résultat plus précis et de limiter les erreurs dues aux fluctuations d'échantillonnage.

III

1. **Population en 2003**.
   34 individus ont été capturés lors de la 1re session. On recapture 52 individus à la fin de la session de 2003, dont 26 ont été marqués lors de la 1re capture.
   L'effectif de la population est donc :
   $34 \times \frac{52}{26} = \boxed{68}$.
2. **Population en 2004** :
   28 individus ont été capturés lors de la 1re session. On recapture 60 individus à la fin de la session de 2003, dont 24 ont été marqués lors de la 1re capture.
   L'effectif de la population est donc :
   $28 \times \frac{60}{24} = \boxed{70}$.
3. Sur la période étudiée, on observe que la taille de la population augmente de 68 à 70.
   Cependant, cette augmentation est négligeable : $\frac{70-68}{68} \approx 0,0294 \approx \boxed{2,9\,\%}$.
   L'augmentation est d'environ 2,9 % de l'effectif total.

   De plus, ce suivi n'a été réalisé que sur 2 ans. Il faudrait voir si cette tendance se maintient à long terme.
4. La formule de l'intervalle de confiance (IC) pour un niveau de confiance de 95 % est
   $I = [f - \epsilon\,;\, f + \epsilon]$, avec $f = 0,5$
   - Avec $\epsilon = \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{200}} \approx \boxed{0,07}$, on trouve :
     $IC \approx [0,43\,;\, 0,57]$.
     On peut donc estimer avec un niveau de confiance de 95 % que la proportion de rats empoisonnés est de 50 % ± 7 %.
   - Avec $\epsilon = 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96\sqrt{\frac{0,5 \times 0,5}{200}}$
     $\approx \boxed{0,069 = 6,9\,\%}$.
     On peut donc estimer avec un niveau de confiance de 95 % que la proportion de rats empoisonnés est de 50 ± 6,9 %, soit :
     $IC = [43,1\,\%; 56,9\,\%]$.
5. On veut une incertitude de ±3 % au seuil de confiance de 95 %.
   - Avec $\epsilon = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{n}}}$, on doit avoir : $\frac{1}{\sqrt{n}} = 0,03$ donc
     $\frac{1}{n} = 0,03^2 = 0,0009$ d'où
     $n = \frac{1}{0,0009} \approx 1112$.
     Il faudrait échantillonner au moins 1 112 individus pour avoir une incertitude de 3 %.
   - $\epsilon = 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$, on doit avoir :
     $1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 0,03$ donc
     $1,96\sqrt{\frac{0,5 \times 0,5}{n}} = 0,03.$
     D'où : $1,96^2 \times \frac{0,5^2}{n} = 0,03^2$ qui donne
     $n = 1,96^2 \times \frac{0,5^2}{0,03^2} \approx 1067,1.$
     Il faudrait échantillonner au moins 1 068 individus pour avoir une incertitude de 3 %.