Modèles démographiques

Table des matières

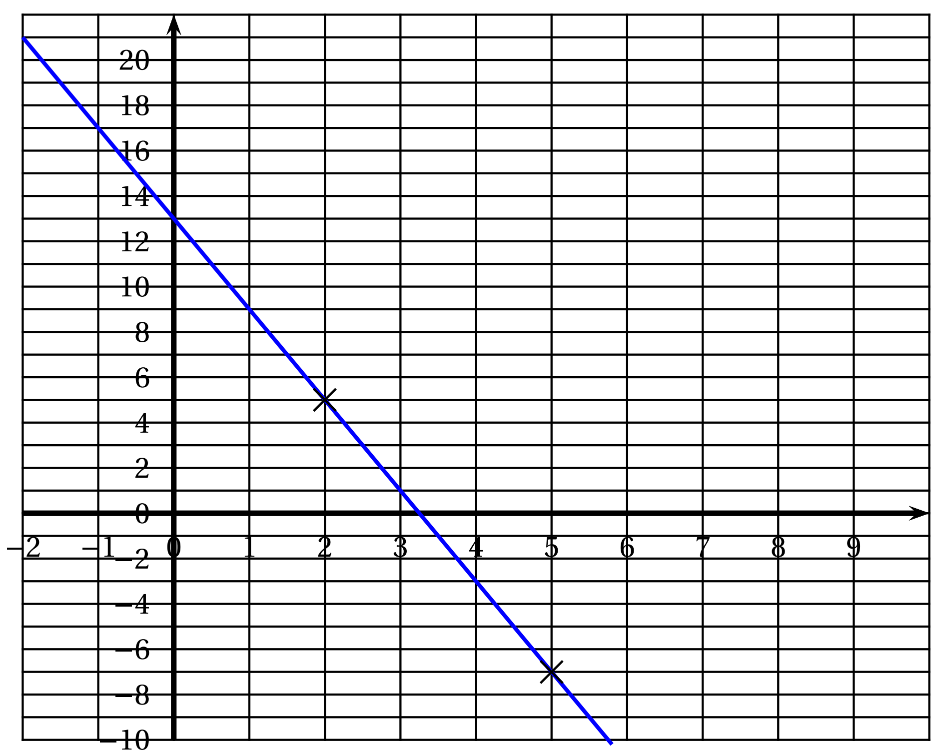
I Rappels

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$; a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.
b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.
Si $A\left(x_A\ ;\ y_A\right)$ et $B\left(x_B\ ;\ y_B\right)$ sont deux points de la droite, le coefficient directeur vaut : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : soient $A(2\ ;\ 5)$ et $B(5\ ;\ -7)$.

- Le coefficient directeur est :
  $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-7-5}{5-2} = \dfrac{-12}{3} = -4$.
  L'équation de la droite est de la forme $y = -4x + b$.
  A appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient cette équation : $5 = -4 \times 2 + b = -8 + b$ donc $b = 5 + 8 = 13$.
  L'équation réduite de la droite (AB) est $\boxed{y = -4x + 13}$



II Suites numériques

Une suite numérique u est une fonction définie sur $\mathbb{N}$. On a $u : n \mapsto u(n)$.

Exemple : la population d'une ville était de 10 000 personnes en 2015 et augmente de 300 habitants chaque année.
On note $u(n)$ la population en $2015 + n$.
On a :

- $u(0) = 10\,000$
- $u(1) = u(0) + 300 = 10\,000 + 300 = 10\,300$
- $u(2) = u(1) + 300 = 10\,600$

  $\vdots$
- et plus généralement, $u(n+1) = u(n) + 300$.

III Modèle linéaire

On considère l'évolution d'une population d'une ville sur plusieurs années. Les valeurs données sont exprimées en milliers et arrondies à l'unité.

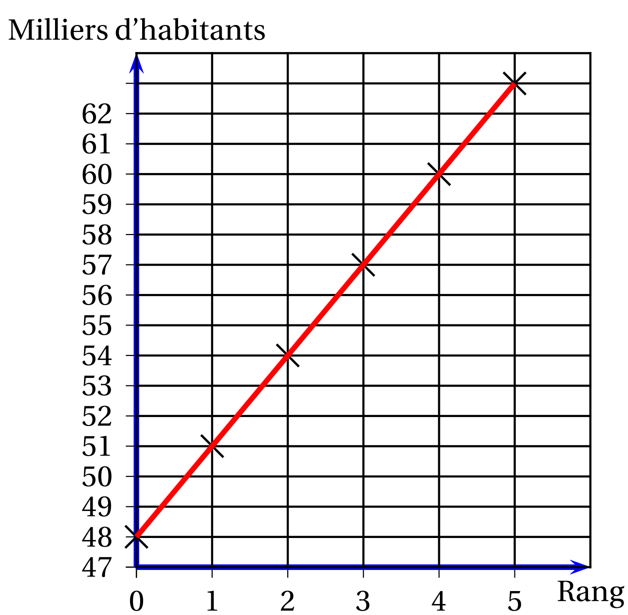
Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Population	48	51	54	57	60	63

On considère 2015 comme l'année 0 et on note $u(n)$ la population à l'année n.
Ainsi, $u(0) = 48$, $u(1) = 51$, $u(2) = 54$, $u(3) = 57$, $u(4) = 60$ et $u(5) = 63$.
Si on calcule les variations absolues d'une année sur l'autre, on trouve :

$u(1) - u(0) = 3$; $u(2) - u(1) = 3$;
$u(3) - u(2) = 3$; $u(4) - u(3) = 3$ et $u(5) - u(4) = 3$.

Ainsi constate-t-on que les variations absolues sont constantes égales à 3.
Si on représente dans un repère les points de coordonnées $(n, u(n))$, on obtient le nuage de points suivant :

On constate que les points sont alignés sur une droite dont le coefficient directeur est 3 et l'ordonnée à l'origine est 48.
L'équation. de la droite est $y = 3x + 48$.



Définition

On dit qu'une quantité u dépendant d'un entier naturel n a une variation linéaire si sa variation absolue $u(n+1)-u(n)$ a une valeur constante a (c'est-à-dire une valeur a qui ne dépend pas de n).
La suite des valeurs $u(n)$ est alors appelée une **suite arithmétique** de **raison** a.

Propriété

Si une suite de valeurs $u(n)$ est une suite arithmétique de raison a alors

- les points de coordonnées $(n\ ;\ u(n))$ sont alignés sur une droite dont le coefficient directeur est a ;
- Pour tout entier naturel n, $\boxed{u(n)=u(0)+na}$.

Remarque : Dans la réalité, les variations absolues ne sont jamais ou rarement constantes. On considère cependant que le modèle linéaire est adapté si les variations absolues varient peu. Cela se traduira par le fait que les points de coordonnées $(n, u(n))$ ne sont pas parfaitement alignés mais **approximativement** alignés. Dans ce cas, on peut rechercher une droite qui représenterait au mieux cet alignement approximatif. Cette droite est appelée la **droite d'ajustement linéaire** du nuage de points.
L'équation d'une telle droite se trouve à la calculatrice ou avec un tableur.
Voir par exemple la vidéo suivante : cliquer ici

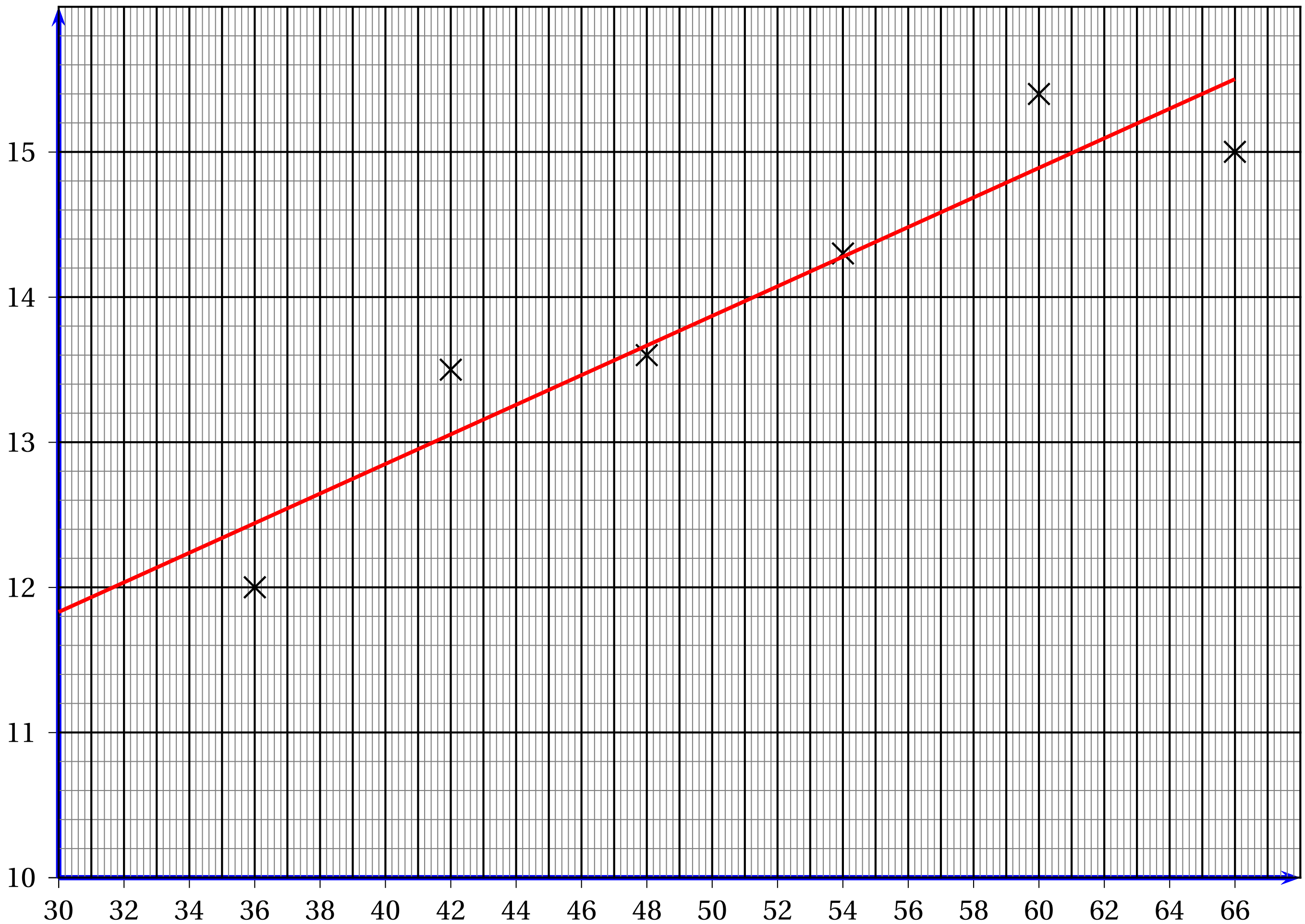
Exemple 1 :
Le tableau suivant donne la moyenne y des **maxima** de tension artérielle en fonction de l'âge x d'une population donnée.

âge x_i	36	42	48	54	60	66
Tension y_i	12	13,5	13,6	14,3	15.4	15

1. Représenter graphiquement le nuage des points $M_i(x_i, y_i)$ dans le repère orthogonal ci-dessous.
2. Les points sont-ils alignés ? Le sont-ils à peu près ?
3. Trouver à la calculatrice la droite de régression linéaire dite aussi droite d'ajustement, c'est-à-dire la droite qui passe « au plus près » des différents points. (Sur TI, menu STAT, Edit, rentrer dans la liste L1 les âges et dans la liste L2 les tensions, puis menu STATS Calc REGLIN(ax+b).
4. Représenter cette droite.
5. Une personne de 70 ans a une tension de 16,1. Quelle serait sa tension théorique en utilisant la droite de régression ?
   Comparer avec la tension réelle.

Correction

1. Voilà le nuage de points.



2. À la calculatrice, on trouve que la droite d'ajustement a pour équation $\boxed{y = 0,102x + 8,770}$.
3. En utilisant cet ajustement, la tension maximale à 70 ans serait $0,102 \times 70 + 8,770 \approx \boxed{15,91}$.
4. La tension artérielle théorique (15,91) est donc inférieure à celle de cette personne de 70 ans (16,1) .

Exemple 2 : d'après bac STL Métropole Biotechnologies septembre 2013

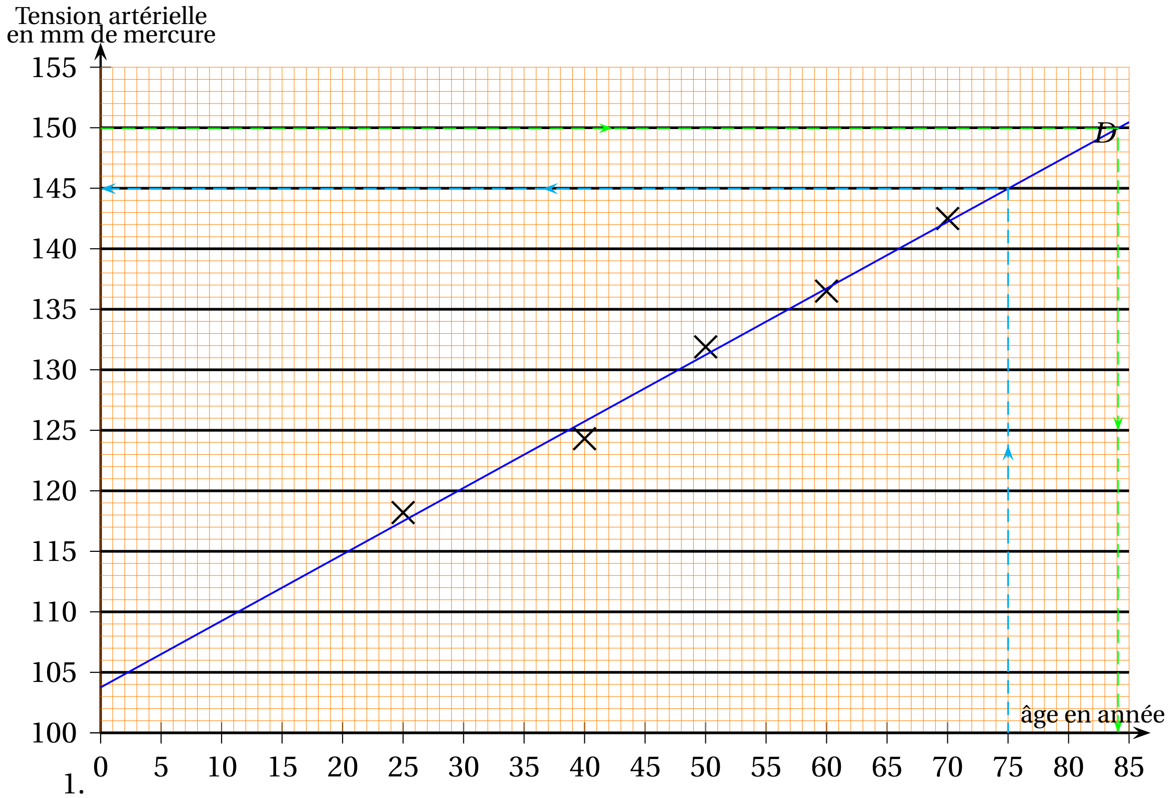
Le tableau suivant donne la tension artérielle (systolique) moyenne y_i d'une population d'hommes à différents âges x_i :

Âge x_i en années	25	40	50	60	70
Tension artérielle moyenne y_i en mm de mercure	118,2	124,3	131,9	136,5	142,5

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal. L'axe des ordonnées sera gradué à partir de 100 et on prendra pour unités : 2 cm pour 10 ans sur l'axe des abscisses ; 2 cm pour 10 mm de mercure sur l'axe des ordonnées.

2. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D d'ajustement de y en x (droite passant au plus près de tous les points) est $y = 0,55x + 103,75$.
   Tracer la droite D sur le graphique précédent.
3. Avec ce modèle d'ajustement, estimer graphiquement, en laissant apparents les traits de construction, la tension artérielle moyenne d'un homme de 75 ans.
4. Avec ce modèle d'ajustement, déterminer algébriquement à partir de quel âge un homme a une tension artérielle moyenne supérieure à 150.

Correction :



1.

2. Une équation de la droite D d'ajustement de y en x est $y = 0,55x + 103,75$. Elle est tracée ci-dessus.
3. Avec ce modèle d'ajustement, une estimation graphique, de la tension artérielle moyenne d'un homme de 75 ans est d'environ 145 mm de mercure. Par le calcul, nous aurions obtenu aussi 145 mm de mercure :

   $(0,55 \times 75 + 103,75 = 145)$
4. Avec ce modèle d'ajustement, déterminons algébriquement à partir de quel âge un homme a une tension artérielle moyenne supérieure à 150.

   Pour ce faire, résolvons $0,55 \times x + 103,75 = 150$.

   Nous obtenons $x = \dfrac{150 - 103,75}{0,55} \quad x \approx 84,1$.

   L'âge moyen des hommes ayant une tension artérielle de 150 mm est, selon ce modèle, d'environ 84 ans.

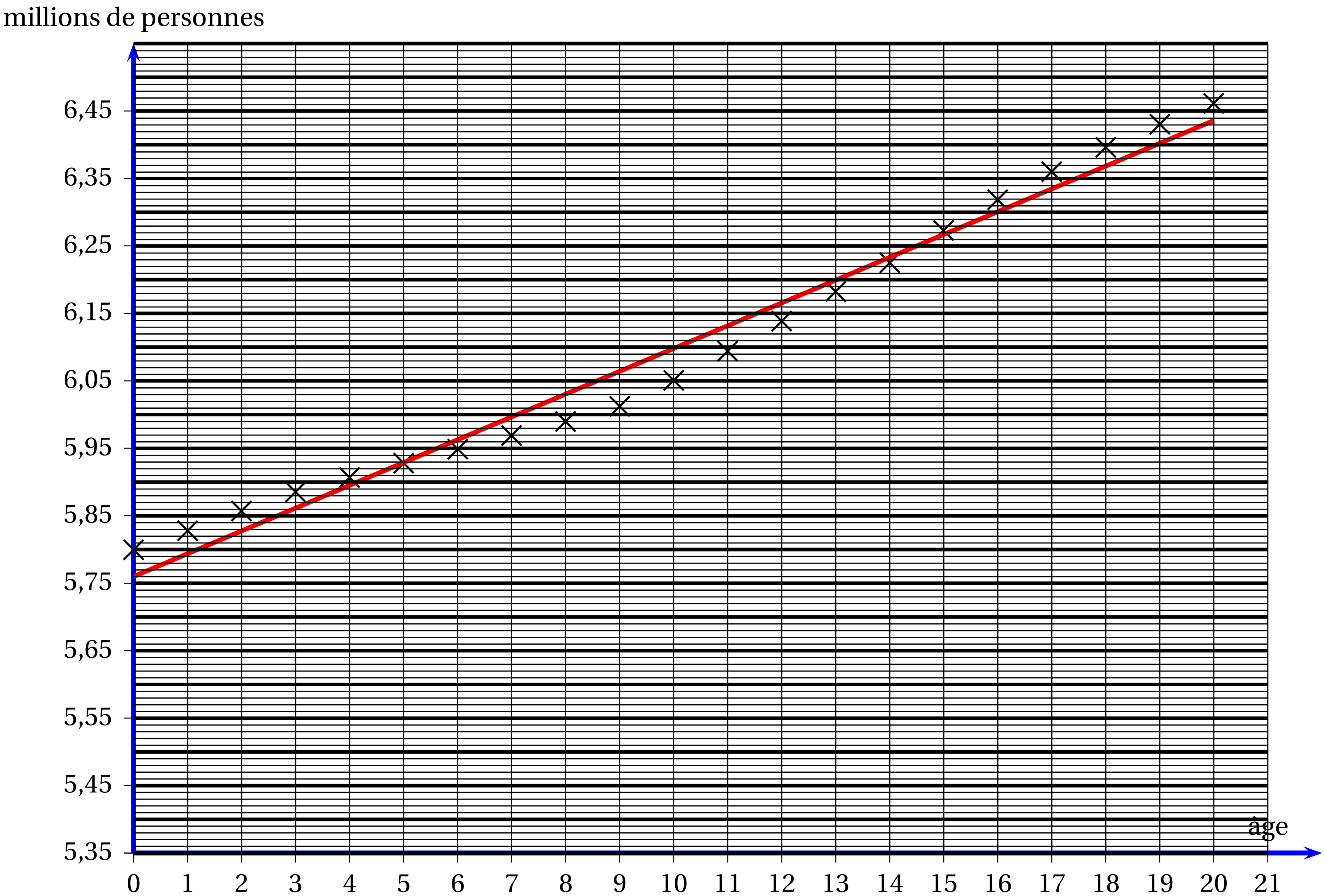
Exemple 3 :

Sur le site de l'INSEE, on trouve les statistiques de la population française. On a ressemblé dans le tableau suivant le nombre total d'habitants en France entre 1990 et 2010.

année	rang	population	année	rang	population	année	rang	population
1990	0	57 996 401	1997	7	59 691 177	2004	14	62 251 062
1991	1	58 280 135	1998	8	59 899 347	2005	15	62 730 537
1992	2	58 571 237	1999	9	60 122 665	2006	16	63 186 117
1993	3	58 852 002	2000	10	60 508 150	2007	17	63 600 690
1994	4	59 070 077	2001	11	60 941 410	2008	18	63 961 859
1995	5	59 487 413	2002	12	61 385 070	2009	19	64 304 500
1996	6	59 280 577	2003	13	61 824 030	2010	20	64 612 939

En représentant le nuage de points correspondant puis en calculant une équation. de la droite d'ajustement, estimer la population atteinte en 2020.

On représente le nuage de points correspondant, en notant 0 l'année initiale et en graduant l'axe des ordonnées en millions de personnes :



À la calculatrice, on trouve la droite d'ajustement de ce nuage : $\boxed{y = 0,0338x + 5,760}$.

En 2020, on trouve avec cette droite d'ajustement un nombre d'habitants égal à : $\boxed{64\,352\,067}$.

En fait, les prévisions de l'INSEE pour 2020 étaient de $\boxed{67\,063\,703}$.

IV Modèle exponentiel

Le modèle linéaire ne s'applique qu'à des populations dont l'évolution absolue est relativement constante. Certaines populations ont une évolution beaucoup plus rapide. C'est le cas, par exemple, de la population mondiale.
Le tableau suivant rassemble des estimations de celle-ci en milliard d'habitants. [1]

année	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
population	2,54	2,77	3,03	3,34	3,7	4,08	4,46	4,87	5,33

Si on calcule les variations absolues, on obtient :

$0,23$	$0,26$	$0,31$	$0,36$	$0,38$	$0,38$	$0,41$	$0,46$

Ces variations absolues ne sont pas constantes puisqu'elles varient du simple au double.
En revanche, si on calcule les variations relatives, on obtient :

$0,09$	$0,09$	$0,1$	$0,11$	$0,1$	$0,09$	$0,09$	$0,09$

Ces variations relatives sont relativement constantes.
Ici, le modèle linéaire ne s'applique pas. On constate un autre type d'évolution dans lequel ce ne sont pas les variations absolues mais les variations relatives qui sont (approximativement) constantes. Dans ce cas, on parle d'**évolution exponentielle**.

Définition

On dit qu'une quantité u dépendant d'un entier naturel n a une variation exponentielle si sa variation relative $\dfrac{u(n+1)-u(n)}{u(n)}$ a une valeur constante t (c'est-à-dire une valeur t qui ne dépend pas de n).
Le nombre t est alors appelé le taux de variation de u. Dans ce cas, la variation absolue $u(n+1)-u(n)$est proportionnelle à $u(n)$.
La suite des valeurs $u(n)$ est alors appelée une **suite géométrique** de raison $q = 1+t$.
Autrement dit, une suite u est géométrique s'il existe un nombre constant q tel que, pour tout n, $u(n+1) = q \times u(n)$.

Propriété

Si une suite de valeurs $u(n)$ est une suite géométrique de raison q, alors, pour tout entier naturel n, $u(n) = u(0) \times q^n$.

Justification : Pour tout n, on a $\dfrac{u(n+1)-u(n)}{u(n)} = t$ donc $u(n+1)-u(n) = tu(n)$ donc $u(n+1) = u(n)+tun = (1+t)u(n)$ en mettant $u(n)$ en facteur.
En posant $q = 1+t$, on obtient $\boxed{u(n+1) = qu(n)}$.
On a successivement :

- $u(1) = u(0) \times q$.
- $u(2) = qu(1) = q \times (u(0) \times q) = u(0) \times q^2$.
- $u(3) = qu(2) = q \times (u(0) \times q^2) = u(0) \times q^3$.
- $u(4) = qu(3) = q \times (u(0) \times q^3) = u(0) \times q^4$.

$\vdots$

- $u(n) = qu(n-1) = q \times (u(0) \times q^{n-1}) = u(0) \times q^n$.

1. https ://population.un.org/wpp/Download/Standard/Population/

Exemple : la légende de l'échiquier :

On raconte que l'inventeur de l'échiquier se serait vu proposer comme récompense de la part de son roi ce qu'il voulait.
Il a alors demandé à ce qu'on lui donne un grain de blé sur la première case de l'échiquier, puis deux grains sur la seconde case, puis quatre grains sur la troisième et qu'on double à chaque fois la quantité de grains pour chaque case.
Ainsi obtient-on une suite géométrique, de premier terme 1 et de raison $q = 2$.
On a : $u(0) = 1$, $u(1) = 2$, $u(2) = 2^2 = 4$ etc.
Le terme général est alors $u(n) = u(0) \times 2^n$.
Un échiquier compte 64 cases ; sur la 64$^{\text{e}}$ case qui correspond à $n = 63$ (puisqu' l'on part de 0), le nombre de grains serait : $1 \times 2^{63} = 9\,223\,372\,036\,854\,775\,808$ (nombre supérieur à la production mondiale actuelle de blé !).

Application :

Reprenons l'exemple précédent de la population mondiale.
Notons u la population mondiale en prenant 5 années comme unité de temps et $n = 0$ pour l'année 1950.
Alors, le taux de variation de u est $t \approx 0,1$ donc la raison de u est $q \approx 1,1$.
Ainsi, pour tout entier naturel n, $\boxed{u(n) \approx 2,54 \times 1,1^n}$.

Dans ce modèle, la population en 2020 est estimée à $u(14) \approx 2,54 \times 1,1^{14} \approx 9,64$ milliards de personnes car $2020 = 1950 + 5 \times 14$ donc 2020 correspond à l'année $n = 14$.
Dans le document cité précédemment, l'ONU évalue la population mondiale en 2020 à 7,79 milliards d'individus donc l'estimation est plus élevée que la réalité.
À ce rythme, la population mondiale en 2050 serait $u(20) \approx 2,54 \times 1,1^{20} \approx 17$ milliards d'individus. Cependant, pour diverses raisons (le manque de ressources notamment) la progression sera moindre et l'ONU estime que la population mondiale en 2050 sera de l'ordre de 10 milliards d'individus.

V Le modèle de Malthus (économique britannique et prêtre anglican (1766-1834))

V.1 Extrait d'un texte de Malthus

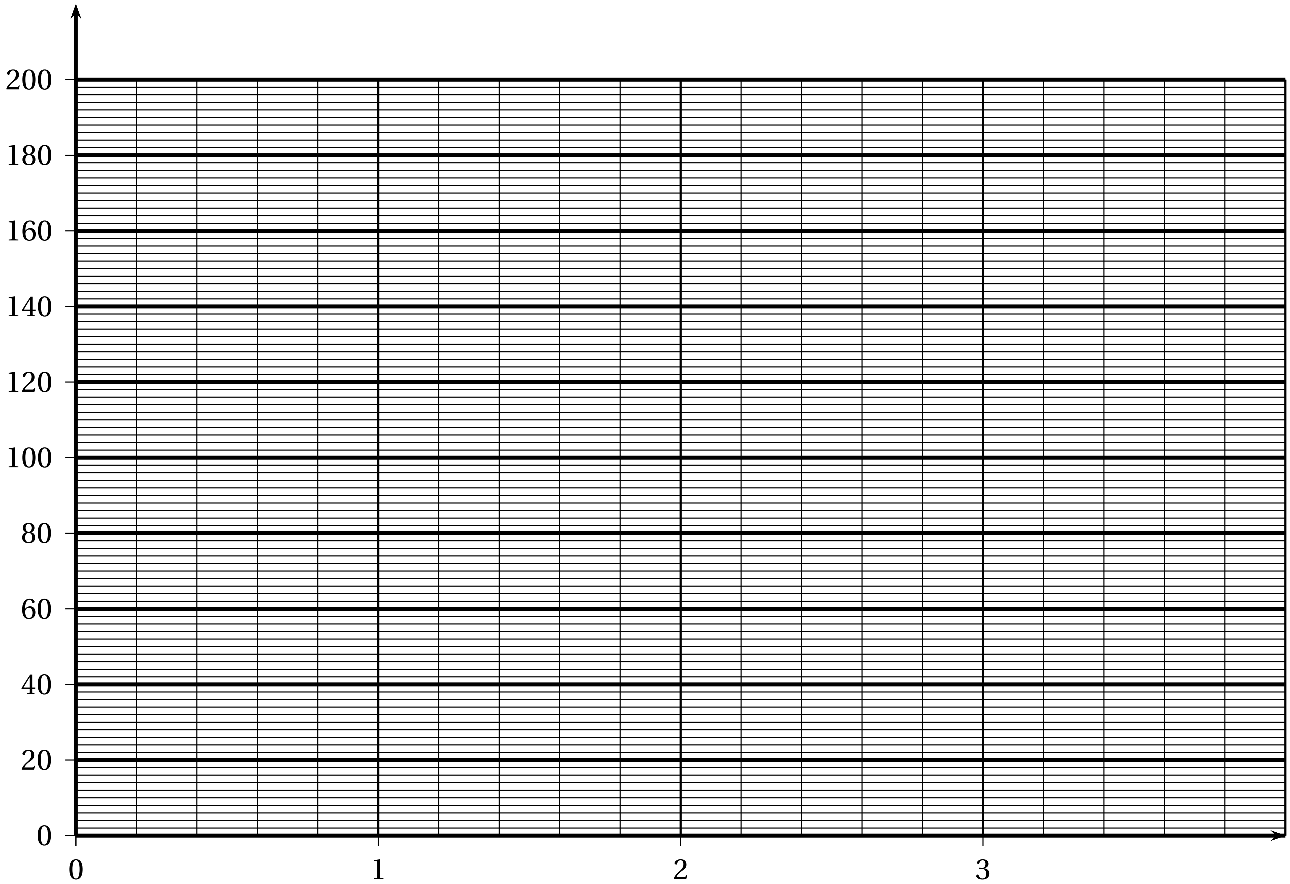
En 1798, l'économiste anglais Robert Thomas Malthus publie son Essai sur le principe de population dans lequel il compare l'évolution de la population humaine et celles des ressources naturelles.
Ainsi, au chapitre 1, écrit-il :
« Selon la table d'Euler, si l'on se base sur une mortalité de 1 sur 36 et si naissances et morts sont dans le rapport de 3 à 1, le chiffre de la population doublera en 12 années et 4/5. Ce n'est point là une simple supposition : c'est une réalité qui s'est produite plusieurs fois, et à de courts intervalles.
Cependant, pour ne pas être taxé d'exagérations, nous nous baserons sur l'accroissement le moins rapide, qui est garanti par la concordance de tous les témoignages.
Nous pouvons être certains que lorsque la population n'est arrêtée par aucun obstacle, elle double tous les vingt-cinq ans, et croît ainsi de période en période selon une progression géométrique. Il est moins facile de mesurer l'accroissement des produits de la terre.
Cependant, nous sommes sûrs que leur accroissement se fait à un rythme tout à fait différent de celui qui gouverne l'accroissement de la population. [...]
Examinons dans quelle mesure la production de notre île pourrait être accrue, dans des circonstances idéales. Supposons que grâce à une excellente administration, sachant donner de puissants encouragements aux cultivateurs, la production des terres double dans les vingt-cinq premières années (il est d'ailleurs probable que cette supposition excède la vraisemblance!)
Dans les vingt-cinq années suivantes, il est impossible d'espérer que la production puisse continuer à s'accroître au même rythme, et qu'au bout de cette seconde période la production de départ aura quadruplé : ce serait heurter toutes les notions acquises sur la fécondité du sol.
L'amélioration des terres stériles ne peut résulter que du travail et du temps; à mesure que la culture s'étend, les accroissements annuels diminuent régulièrement.
Comparons maintenant l'accroissement de la population à celui de la nourriture. Supposons d'abord (ce qui est inexact) que le coefficient d'accroissement annuel ne diminue pas, mais reste constant. Que se passe-t-il? Chaque période de vingt-cinq ans ajoute à la production annuelle de la Grande-Bretagne une quantité égale à sa production actuelle. Appliquons cette supposition à toute la terre : ainsi, à la fin de chaque période de vingt-cinq ans, une quantité de nourriture égale à celle que fournit actuellement à l'homme la surface du globe viendra s'ajouter à celle qu'elle fournissait au commencement de la même période.
Nous sommes donc en état d'affirmer, en partant de l'état actuel de la terre habitable, que les moyens de subsistance, dans les circonstances les plus favorables à la production, ne peuvent jamais augmenter à un rythme plus rapide que celui qui résulte d'une progression arithmétique.
Comparons ces deux lois d'accroissement : le résultat est frappant. Comptons pour onze millions la population de la Grande-Bretagne, et supposons que le produit actuel de son soi suffit pour la maintenir. Au bout de vingt-cinq ans, la population sera de vingt-deux millions; et la nourriture ayant également doublé, elle suffira encore à l'entretenir. Après une seconde période de vingt-cinq ans, la population sera portée à quarante-quatre millions : mais les moyens de subsistance ne pourront plus nourrir que trente-trois millions d'habitants. Dans la période suivante, la population - arrivée à quatre-vingt-huit millions - ne trouvera des moyens de subsistance que pour la moitié de ce nombre. À la fin du premier siècle, la population sera de cent soixante-seize millions, tandis que les moyens de subsistance ne pourront suffire qu'à cinquante-cinq millions seulement. Cent vingt et un millions d'hommes seront ainsi condamnés à mourir de faim!
Considérons maintenant la surface de la terre, en posant comme condition qu'il ne sera plus possible d'avoir recours à l'émigration pour éviter la famine. Comptons pour mille millions le nombre des habitants actuels de la Terre. La race humaine croîtra selon la progression 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256... tandis que les moyens de subsistance croîtront selon la progression 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Au bout de deux siècles, population et moyens de subsistance seront dans le rapport de 256 à 9; au bout de trois siècles, 4 096 à 13; après deux mille ans, la différence sera immense et incalculable. »

V.2 Questions sur ce texte

1. Quel taux de mortalité t_m prend Malthus ?
2. Quel serait alors le taux de natalité t_n ?
3. Montrer alors que le taux de variation de la population est $t = \dfrac{1}{18}$.
4. Il fait l'hypothèse d'une croissance exponentielle; la raison de la suite géométrique associée est donc $q = 1 + t$.
   Que vaut q ?
5. On cherche au bout de combien de temps la population va doubler. En admettant que calculs de pusissances avec des exposants entiers puissent s'étendre avec des exposants réels, on cherche un nombre x tel que $\left(\dfrac{19}{18}\right)^x \approx 2$.
   Trouver à la calculatrice une valeur approximative de x.
6. Malthus avait trouvé, à l'aide de la table d'Euler, $x = 12 + \dfrac{4}{5} \approx 12,8$. Comparer avec le résultat que tu as trouvé.
7. Pour ne pas être accuser d'exagérer, il décide de prendre une estimation basse en partant du fait que la population double tous les 25 ans. Il prend alors cette période comme unité de temps et estime que, si la population humaine a une évolution exponentielle, la production de nourriture a une évolution linéaire, celle-ci augmentant d'une unité tous les 25 ans.
   En prenant l'exemple de la Grande-Bretagne du début du XIX$^{\text{e}}$ siècle, il s'intéresse alors à deux suites : la suite de valeurs $u(n)$ de la population et la suite de valeurs $v(n)$ des Fixons $v(0) = 11$ dans une unité fictive.
   Donner alors l'expression de $u(n)$ et de v(n).
   Compléter alors le tableau suivant :

année	1800	1825	1850	1875	1900
n	0	1	2	3	4
$u(n)$	11	22			
$v(n)$	11	22			
$u(n) - v(n)$	0	0	11		

   La dernière ligne du tableau représente les nombres de personnes ne pouvant être nourries. Ainsi, Malthus conclut qu'en un siècle, 121 millions des personnes seront condamnées à la famine.
   Compléter le graphique suivant pour visualiser ces deux évolutions.



8. Quelles critiques peut-on faire sur le modèle de Malthus ?

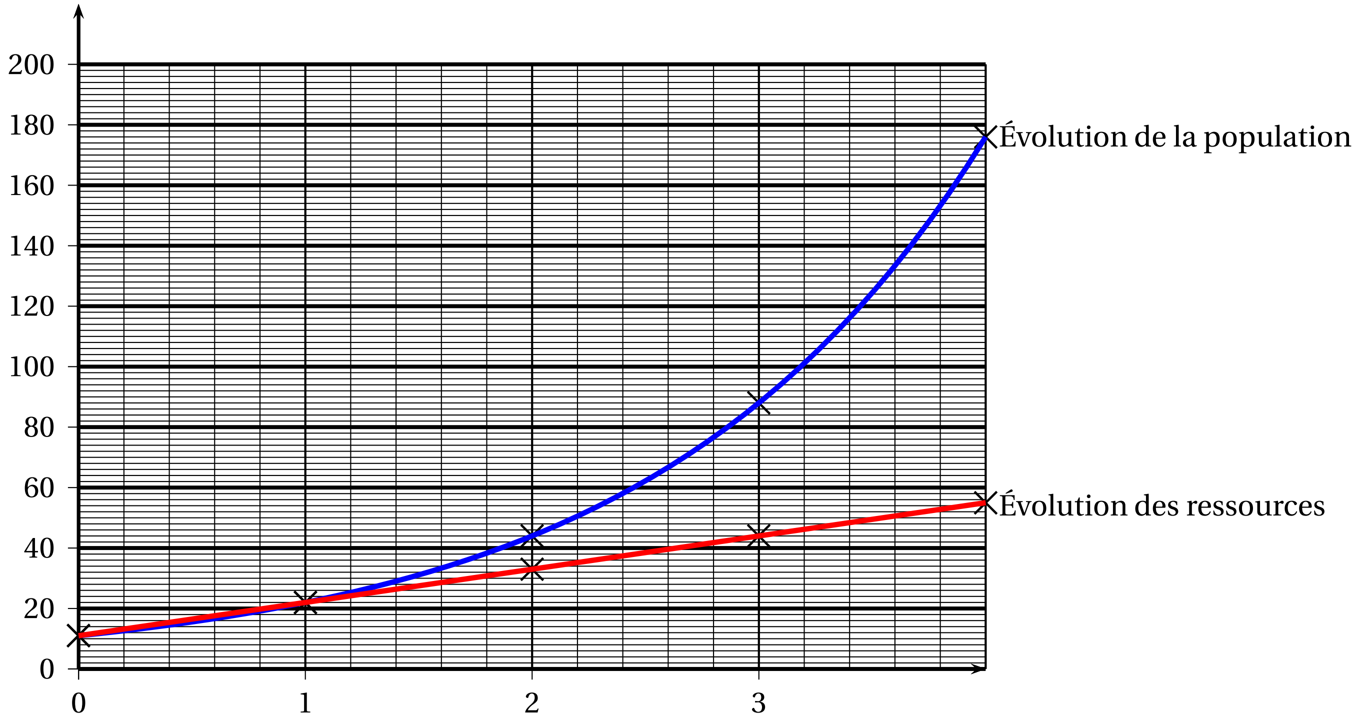
V.3 Correction

Commençons par expliquer les résultats du premier paragraphe.
Malthus se base sur un taux de mortalité (rapport entre le nombre annuel de décès et la population totale moyenne sur une période et dans un territoire donné.) de $t_m = \frac{1}{36}$ et sur un nombre de naissances égal au triple du nombre de décès c'est-à-dire un taux de natalité de $t_n = 3 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$.
Dans ce cas, le taux de variation de la population est $t = t_n - t_m = \frac{1}{12} - \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$.
De plus, il fait l'hypothèse d'une croissance exponentielle de la population donc la raison de la suite géométrique associée est $q = 1 + t = 1 + \frac{1}{18} = \frac{19}{18}$.
Ainsi, chaque année la population est multipliée par $\frac{19}{18}$ et on cherche un temps au bout duquel la population a été multipliée par 2.
En admettant que ce qui a été vu pour les entiers peut s'étendre à des puissances réelles quelconques, on cherche donc un réel x tel que $\left(\frac{19}{18}\right)^x = 2$.
À l'aide d'une table de calcul (la table d'Euler), Malthus conclut que $x = 12 + \frac{4}{5} = 12{,}8$ années.
Avec une calculatrice, on peut en effet vérifier que $\left(\frac{19}{18}\right)^{12{,}8} \approx 1{,}998$ donc une valeur très proche de 2.
On peut aussi utiliser la fonction ln en trouvant $x = \frac{\ln(2)}{\ln\left(\frac{19}{18}\right)}$.

Pour ne pas être accuser d'exagérer, il décide de prendre une estimation basse en partant du fait que la population double tous les 25 ans.
Il prend alors cette période comme unité de temps et estime que, si la population humaine a une évolution exponentielle, la production de nourriture a une évolution linéaire, celle-ci augmentant d'une unité tous les 25 ans.
En prenant l'exemple de la Grande-Bretagne du début du XIX^{e} siècle, il s'intéresse alors à deux suites : la suite de valeurs $u(n)$ de la population et la suite de valeurs $v(n)$ des ressources alimentaires où n désigne une unité de temps c'est-à-dire une période de 25 ans.
Dans son modèle, u est une suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $u(0) = 11$ (en millions) et v est une suite arithmétique de raison $r = 11$. Il ne précise pas le premier terme de v mais suppose que $v(0)$ est la quantité de ressources nécessaire et suffisante pour nourrir les 11 millions de la population.
Fixons $v(0) = 11$ dans une unité **fictive**.
On a alors, pour tout entier naturel n, $u(n) = 11Ö2^n$ et $v(n) = 11 + 11n$.
Ses calculs le conduisent alors aux résultats suivants :

année	1800	1825	1850	1875	1900
n	0	1	2	3	4
$u(n)$	11	22	44	88	176
$v(n)$	11	22	33	44	55
$u(n) - v(n)$	0	0	11	44	121

La dernière ligne du tableau représente les nombres de personnes ne pouvant être nourries.
Ainsi, Malthus conclut-il qu'en un siècle, 121 millions des personnes seront condamnées à la famine.
On peut visualiser les deux évolutions à l'aide du graphique suivant.



3) **Limites et critiques du modèle de Malthus**

Le modèle exponentiel pour l'accroissement de la population peut s'avérer en adéquation avec la réalité mais seulement sur des temps relativement courts.

Ainsi a-t-on a vu précédemment que la croissance exponentielle de la population mondiale enregistrée ces 30 dernières années ne sera plus valable dans les années 30 ans à venir. On voit d'ailleurs que la prédiction de Malthus sur l'évolution de la population mondiale ne s'est pas réalisée car si celle-ci était bien d'environ 1 milliards d'individus en 1800, elle était d'environ 1,6 milliards en 1900 et non pas de 16 milliards comme le prévoyait son modèle.

Malthus lui-même reconnaît dans son ouvrage que des obstacles vont empêcher une croissance indéfinie de la population. Il classe ces obstacles en deux catégories : d'un côté, les obstacles « répressifs » qui sont tous les facteurs externes à l'espèce humaine qui engendre une surmortalité comme la famine, la guerre, les épidémies; d'un autre côté, les obstacles « préventifs » qui regroupent les comportements humains visant à diminuer la natalité comme la contraception, les politiques natalistes, le célibat.

Par ailleurs, le principe de progression arithmétique des ressources alimentaires est mise en doute dès 1848 par le logicien et économique John Stuart Mill qui met en avant le fait que Malthus ne donne aucun argument pour étayer cette hypothèse de croissance linaire.

De plus, l'absence de liens entre population et capacité de production sous-jacente dans le modèle Malthus a été l'objet de nombreuses critiques notamment par l'économiste danoise Ester Boserup dans son ouvrage Évolution agraire et pression démographique, paru en 1965.

Pour elle, « la juxtaposition des croissances arithmétique des ressources et géométrique de la population n'a pas de raison d'être puisque la première est déterminée par la seconde.

L'innovation, et donc la propension à produire davantage, est une fonction directe de l'effectif de la population. Ester Boserup donne à ce propos une correspondance entre des systèmes de culture (cueillette, agriculture itinérante, jachère de savane...) et des fourchettes de densité de population observées à travers de multiples exemples historiques. Si ces relations ne sont pas systématiques dans leur déroulement chronologique en termes d'effectifs de population, en revanche leur sens l'est. C'est ainsi que l'on a pu observer, notamment dans certaines régions d'Amérique latine, une régression des techniques agricoles à la suite d'une baisse des effectifs de la population. ».