

Contrôle d'enseignement scientifique (1 heure) (Intervalles de confiance, méthode CMR)

I (3 points)

Une semaine avant une élection un sondage est effectué sur 1 024 personnes choisis au hasard parmi les 42 821 inscrites sur les listes; 532 déclarent voter pour le candidat. Le candidat a-t-il raison de penser qu'il va être élu?

II (4 points)

Une banque désire savoir si son site est bien adapté au besoin de plus de 5 millions de clients. Elle commande à un institut de sondage une enquête afin d'estimer la proportion de ses clients satisfaits. Elle impose un niveau de confiance de 95 % avec une amplitude de 0,04.

Combien de personnes doit au minimum interroger l'institut de sondage?

III (4 points)

On désire évaluer le nombre N d'individus d'une espèce animale vivant sur une île. Pour cela, on capture 800 individus, ces individus sont marqués puis relâchés. On recapture ultérieurement 1 000 animaux parmi lesquels on dénombre 250 animaux marqués.

1. Estimer la taille N de cette population animale.
2. Donner l'intervalle de confiance au seuil de confiance de 95 % pour la taille de cette population.

IV (3 points)

Une étude réalisée en l'an 2000 a permis de montrer que le pourcentage de Français consommant régulièrement des glaces était de 84 %.

En 2010, sur 900 personnes interrogées, 795 d'entre elles déclarent consommer des glaces.

Peut-on affirmer, au niveau de confiance de 95 % et à partir de l'étude de cet échantillon, que le pourcentage de Français consommant régulièrement des glaces est resté stable entre les années 2000 et 2010?

V (6 points)

Dans les années 70, un magicien du nom d'Uri Geller, affirmait posséder de vrais pouvoirs surnaturels.

Pour se faire connaître, il participa à une émission de télévision, au cours de laquelle il présenta plusieurs numéros impressionnants tels que la torsion d'une petite cuiller par la pensée et la communication par télépathie. Il affirma également qu'il avait le pouvoir de faire griller une ampoule de lampe à distance, et ce, à plusieurs endroits en même temps. Au même moment, de nombreuses ampoules s'éteignirent chez les téléspectateurs qui regardaient l'émission.

Uri Geller est alors devenu tellement célèbre que même la CIA l'a convoqué pour observer l'origine et la fiabilité de ses pouvoirs paranormaux.

Dès 1972, de nombreux prestidigitateurs décidèrent de démystifier Uri Geller, en reproduisant ses tours à l'identique. Parmi ceux-là, un magicien français désirent rester anonyme intervint à la télévision pour reproduire le tour des « lampes qui s'éteignent ».

Le jeune magicien annonça qu'en se concentrant seulement 5 minutes au début de l'émission, il allait faire griller plusieurs milliers d'ampoules chez les téléspectateurs. Pendant le reste des deux heures d'émission, près de 700 personnes téléphonèrent pour confirmer qu'une ampoule s'était éteinte chez eux.

Pour les lampes à incandescence (dans les années 70), on sait que la fréquence d'ampoules allumées qui grillent sur un intervalle de deux heures est environ 0,0005.

1. Sachant que chaque ménage a environ une quinzaine d'ampoule allumées en soirée, montrer que la fréquence f d'ampoules qui grillent par ménage en soirée sur un intervalle de deux heures est

$$f = 0,0075.$$

2. On estime qu'environ 2,5 millions de ménages ($n = 2\,500\,000$) regardaient l'émission ce soir-là. Calculer l'intervalle de confiance à 95 % de la fréquence f calculée précédemment, pour cet échantillon. (On arrondira les valeurs obtenues à 4 chiffres après la virgule).
3. En déduire un encadrement probable à 95 % du nombre N de ménages chez qui une ampoule a grillé pendant l'émission.
4. Conclure. Y avait-il réellement besoin de facultés paranormales pour réaliser le tour d'Uri Geller?