

## Correction des exercices sur les suites géométriques

### I

Soit  $(u(n))$  une suite géométrique telle que  $u(0) = 7$  et sa raison est égale à  $q = 3$ .

- $u(1) = qu(0) = 3 \times 7 = \boxed{21}$
  - $u(2) = qu(1) = 3 \times 21 = \boxed{63}$
  - $u(3) = qu(2) = 3 \times 63 = \boxed{189}$
- Le terme général est  $u(n) = u(0) \times q^n = 7 \times 3^n$  donc  $u(9) = 7 \times 3^9 = \boxed{15309}$

### II

Calculer le 10<sup>e</sup> terme et le 35<sup>e</sup> terme de la suite géométrique de premier terme  $u(1) = 0,9$  et de raison  $q = 2$ . La suite géométrique a pour raison  $q$ .

- $u(10) = u(1) \times q^9 = 0,9 \times 2^9 = \boxed{460,8}$
- $u(35) = 0,9 \times 2^{34} = 0,9 \times 17\,179\,869\,184 = \boxed{15461\,882\,265,6}$

### III

Calculer la raison positive d'une suite géométrique dont on connaît les termes suivant :  $u(3) = 3$  et  $u(5) = 12$ .

$$u(5) = u(3) \times q^2 \text{ donc } q^2 = \frac{u(5)}{u(3)} = \frac{12}{3} = 4 \text{ d'où } \boxed{q = 2} \text{ car } q > 0$$

### IV

La population actuelle augmente de 1 % par an. En 2010, elle était de 6,9 milliards. On note  $u(n)$  la population mondiale l'année 2010 +  $n$ .

- Pour tout  $n$ ,  $u(n+1) = (1+1\%)u(n) = 1,01u(n)$  donc la suite  $(u(n))$  est géométrique, de raison  $q = 1,01$  et de premier terme  $u(0) = 6,9$ .
- Pour tout  $n$ ,  $u(n) = u(0) \times q^n = \boxed{6,9 \times 1,01^n}$
- 2025 correspond à  $n = 15$ ;  $u(15) \approx 8,01$ ; en 2025, la population sera de 8,01 milliards environ.
- $u(26) \approx 8,93$
  - $u(27) \approx 9,03 > 9$La population dépassera 9 milliards d'habitants en 2037

### V

Pour répondre à une nouvelle norme antipollution, un important groupe industriel de l'agroalimentaire doit ramener progressivement sa quantité de rejets, qui est de 50 000 tonnes par an en 2012, à une valeur inférieure ou égale à 30 000 tonnes en 10 ans au plus, soit une réduction de 40 %.

Il s'engage à réduire chaque année sa quantité de rejets de 4 %.

- $\frac{48000 - 50000}{50000} = -0,04 = -4\%$ . Il respecte son engagement.
- Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $r(n)$  la quantité de rejets de l'année « 2012 +  $n$  ».

$$(a) \quad r(n+1) = (1-4\%)r(n) = \boxed{0,96r(n)}$$

La suite de terme général  $r(n)$  est géométrique, de raison  $\boxed{q = 0,96}$  et de premier terme  $\boxed{r(0) = 50000}$

$$(b) \quad r(n) = r(0)q^n = \boxed{50000 \times 0,96^n}$$

- 2022 correspond à  $n = 10$ .

$$r(10) = 50000 \times 0,96^{10} \approx 33241,6 > 30000.$$

La norme ne sera donc pas respectée en 2022.

- Avec un taux de réduction de 5 %, on a  $q = 0,95$ .  
Alors  $u(22) \approx 29937 < 30000$ .  
La norme serait respectée.