

Correction des exercices sur les suites géométriques

I

Soit $(u(n))$ une suite géométrique telle que $u(0) = 7$ et sa raison est égale à $q = 3$.

- $u(1) = qu(0) = 3 \times 7 = \boxed{21}$
 - $u(2) = qu(1) = 3 \times 21 = \boxed{63}$
 - $u(3) = qu(2) = 3 \times 63 = \boxed{189}$
- Le terme général est $u(n) = u(0) \times q^n = 7 \times 3^n$ donc $u(9) = 7 \times 3^9 = \boxed{15309}$

II

Calculer le 10^e terme et le 35^e terme de la suite géométrique de premier terme $u(1) = 0,9$ et de raison $q = 2$. La suite géométrique a pour raison q .

- $u(10) = u(1) \times q^9 = 0,9 \times 2^9 = \boxed{460,8}$
- $u(35) = 0,9 \times 2^{34} = 0,9 \times 17\,179\,869\,184 = \boxed{15461\,882\,265,6}$

III

Calculer la raison positive d'une suite géométrique dont on connaît les termes suivant : $u(3) = 3$ et $u(5) = 12$.

$$u(5) = u(3) \times q^2 \text{ donc } q^2 = \frac{u(5)}{u(3)} = \frac{12}{3} = 4 \text{ d'où } \boxed{q = 2} \text{ car } q > 0$$

IV

La population actuelle augmente de 1 % par an. En 2010, elle était de 6,9 milliards. On note $u(n)$ la population mondiale l'année 2010 + n .

- Pour tout n , $u(n+1) = (1+1\%)u(n) = 1,01u(n)$ donc la suite $(u(n))$ est géométrique, de raison $q = 1,01$ et de premier terme $u(0) = 6,9$.
- Pour tout n , $u(n) = u(0) \times q^n = \boxed{6,9 \times 1,01^n}$
- 2025 correspond à $n = 15$; $u(15) \approx 8,01$; en 2025, la population sera de 8,01 milliards environ.
- $u(26) \approx 8,93$
 - $u(27) \approx 9,03 > 9$La population dépassera 9 milliards d'habitants en 2037

V

Pour répondre à une nouvelle norme antipollution, un important groupe industriel de l'agroalimentaire doit ramener progressivement sa quantité de rejets, qui est de 50 000 tonnes par an en 2012, à une valeur inférieure ou égale à 30 000 tonnes en 10 ans au plus, soit une réduction de 40 %.

Il s'engage à réduire chaque année sa quantité de rejets de 4 %.

- $\frac{48000 - 50000}{50000} = -0,04 = -4\%$. Il respecte son engagement.
- Pour tout entier naturel n , on note $r(n)$ la quantité de rejets de l'année « 2012 + n ».

(a) $r(n+1) = (1-4\%)r(n) = \boxed{0,96r(n)}$.

La suite de terme général $r(n)$ est géométrique, de raison $\boxed{q = 0,96}$ et de premier terme $\boxed{r(0) = 50000}$

(b) $r(n) = r(0)q^n = \boxed{50000 \times 0,96^n}$

- 2022 correspond à $n = 10$.

$$r(10) = 50000 \times 0,96^{10} \approx 33241,6 > 30000.$$

La norme ne sera donc pas respectée en 2022.

- Avec un taux de réduction de 5 %, on a $q = 0,95$.
Alors $u(22) \approx 29937 < 30000$.
La norme serait respectée.