

Correction de l'activité sur le taux de reproduction R de la Covid 19

Source : <https://www.maths-et-tiques.fr/telech/covidR.pdf>

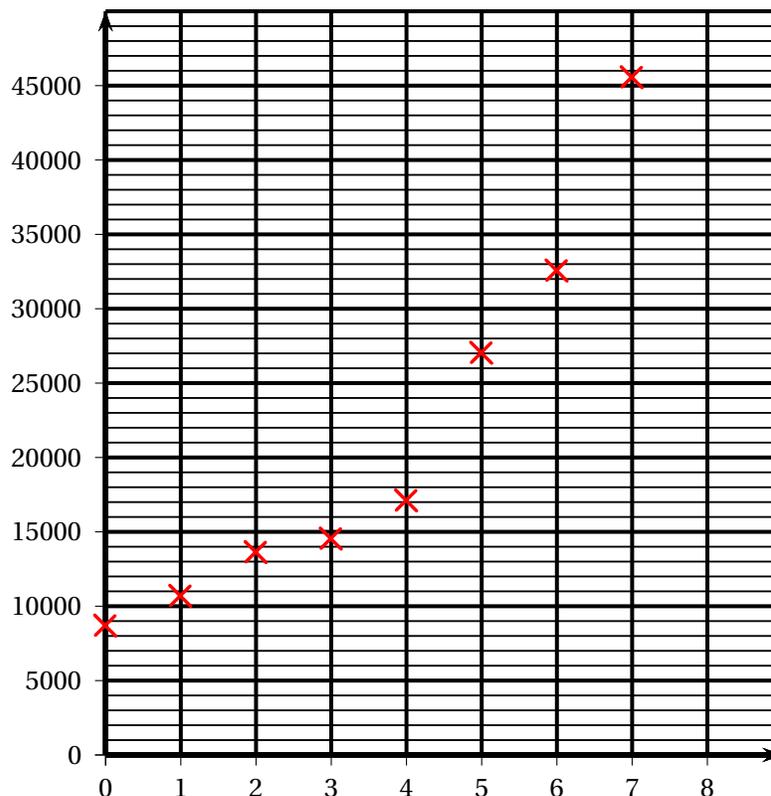
Dans le tableau suivant, on a reporté le nombre de nouveaux cas journaliers atteints du virus de la Covid-19, chaque samedi et du 5 septembre au 24 octobre 2020.

Jour	5 sep- tembre	12 sep- tembre	19 sep- tembre	26 sep- tembre	3 octobre	10 octobre	17 octobre	24 octobre
Nombre de nouveaux cas	8 550	10 561	13 498	14 412	16 972	26 896	32 427	45 422

Source : Santé Publique France - ARS

Partie I

1. Représenter les données du tableau dans le graphique suivant. (en ordonnées : 1 cm pour 5 000 cas).



Commenter le nuage de points ainsi obtenu.

2. Du 5 septembre au 12 septembre, le coefficient multiplicateur est $C = \frac{10561}{8550} \approx \boxed{1,2352}$ qu'on peut arrondir à 1,235. Ce coefficient, noté R , est appelé le taux de reproduction du virus. Celui-ci désigne le nombre de nouveaux cas qu'une seule personne infectieuse va générer en moyenne dans une population.

Si $R = 2$ par exemple, deux personnes atteintes en infecteront en moyenne quatre autres, qui elles en infecteront huit nouvelles...

Jour	5 sep- tembre	12 sep- tembre	19 sep- tembre	26 sep- tembre	3 octobre	10 octobre	17 octobre	24 octobre
3. Nombre de nouveaux cas	8 550	10 561	13 498	14 412	16 972	26 896	32 427	45 422
R		1,235	1,278	1,068	1,178	1,585	1,206	1,401

La moyenne de de ces valeurs est environ égale à 1,279.

Partie II

Dans cette partie, on prendra $R = 1,27$ comme taux de reproduction hebdomadaire du virus.
On note $u(n)$ le nombre de nouveaux cas à la n^{e} semaine après le 5 septembre. On a donc : $u(0) = 8550$.
On admettra que le modèle mathématique reste valable au-delà du 24 octobre 2020.

1. (a) Pour tout n , on a donc $u(n+1) = 1,27u(n)$; la suite $(u(n))$ est donc géométrique, de raison $q = 1,27$.

(b) On en déduit : $u(n) = u(0)q^n$ donc $u(n) = 8550 \times 1,27^n$

2. On obtient : $u(9) \approx 73485$.

On en déduit qu'avec cette estimation, le 7/11/2020, le nombre de contaminée est 73 485.

3. Calculer le nombre de nouveaux cas :

• le 31 octobre, ($n = 8$) le nombre de contaminés est environ égal à 57862 .

• le 21 novembre, ($n = 11$) le nombre de contaminés est environ égal à 118524 .

4. Selon ce modèle, le nombre de contaminés dépasse 1 million pour $n = 20$, donc le 23/01/2021.

5. (Pour les élèves suivant l'enseignement de spécialité)

Le nombre total de cas cumulés entre le samedi 5 septembre et le vendredi 6 novembre inclus est :

$$S = u(0) + \dots + u(8) = u_0 \times \frac{q^9 - 1}{q - 1} \approx 2030991$$

Indication :

Pour simplifier les calculs, on considère que le nombre de malades reste constant sur les 6 jours consécutifs à un samedi donné.

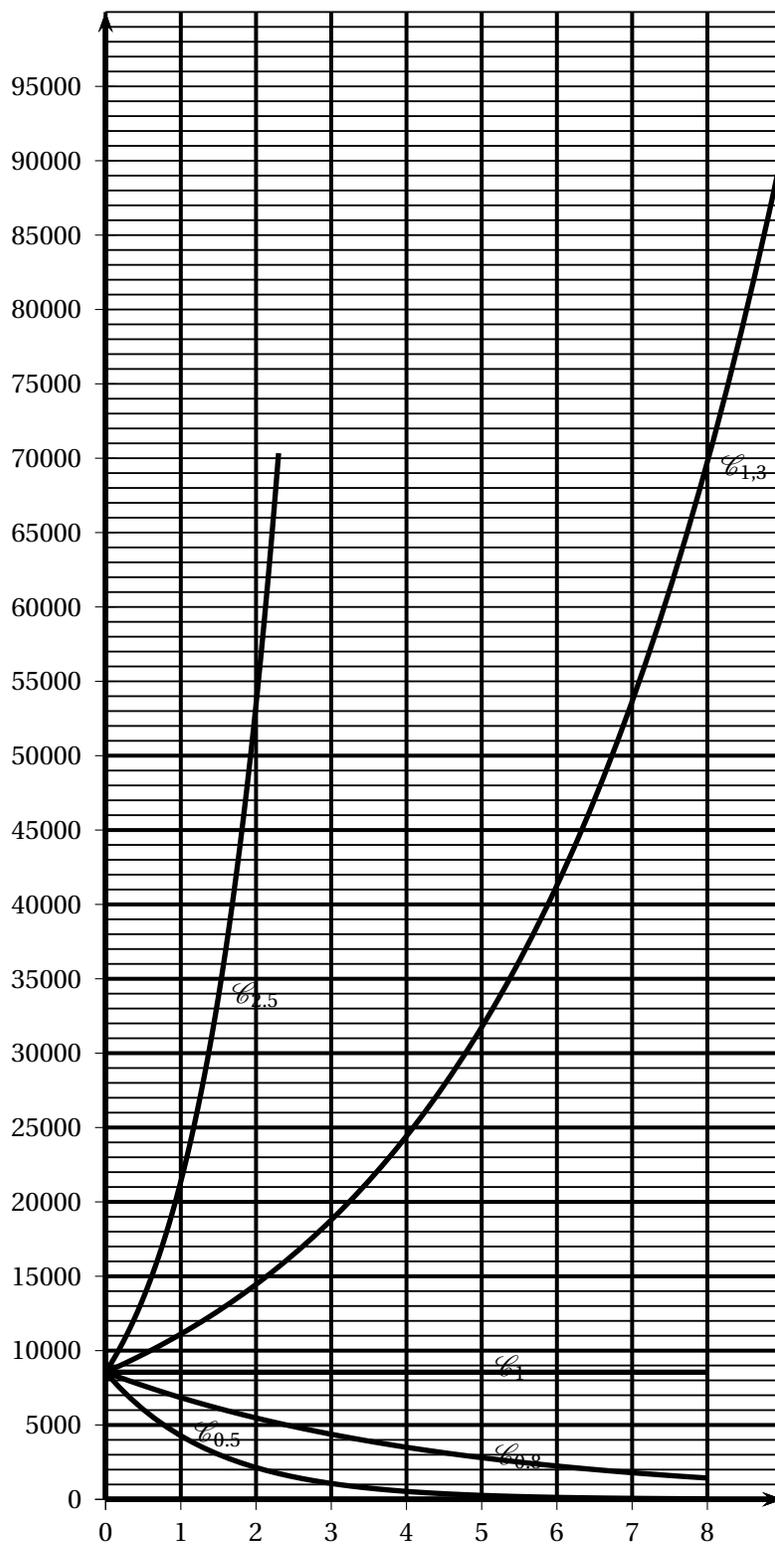
Remarque : Le 30 octobre 2020, le gouvernement a imposé pour 4 semaines un confinement dans toute la France afin de freiner la propagation de la maladie.

Partie III

Dans cette partie, le taux de reproduction hebdomadaire du virus R n'est pas connu.
On considère les fonctions f définie sur $]0; +\infty[$, par $f(x) = 8550 \times R^x$.

1. À l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel, reproduire dans un même repère l'allure des fonctions f lorsque :

- $R = 1,3$
- $R = 2,5$
- $R = 0,5$
- $R = 0,8$
- $R = 1$



2. « Le calcul des R est important pour évaluer la situation épidémiologique dans un département ou une région. Depuis le début de l'épidémie de Covid-19 en France, le ministère de la Santé ne cesse de répéter que l'objectif est que le taux de reproduction du virus descende en-dessous de 1.

Le « 1 » est ainsi le point de vigilance.

Un R supérieur à 1 signifie que le virus recommence à circuler et donc que l'épidémie progresse. »

Aurélie Blaize - 30 octobre 2020 - sante.journaldesfemmes.fr

Justifier les propos de l'article en s'appuyant sur les propriétés des suites géométriques et les observations des courbes construites dans la question précédente.

3. Si $R < 1$, le nombre de contaminés diminue rapidement et devient vite inférieur à 1, donc il n'y a plus de contaminés.
4. Le confinement imposé fin octobre a permis de faire passer le R sous le point de vigilance. Dans ce contexte, dessiner l'allure que pourrait prendre le nuage de points entre le 5 septembre et le 31 décembre.

Avec $R = 0.8$, on obtiendrait :

