# Correction du contrôle d'enseignement scientifique (1 heure)
# (Intervalles de confiance, méthode CMR)

## I **(3 points)**

Une semaine avant une élection un sondage est effectué sur 1 024 personnes choisis au hasard parmi les 42 821 inscrites sur les listes; 532 déclarent voter pour le candidat. La taille de l'échantillon est $n = 1024 \geqslant 30$.
La fréquence de gens pensant voter pour lui est $f = \dfrac{532}{1024} = 0{,}519\,531\,25 \approx 0,52 \in [0,2\ ;\ 0,8]$.
On peut utiliser un intervalle de confiance au seuil 95 %.
$I = \left[f - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ f + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[f - \dfrac{1}{32}\ ;\ f + \dfrac{1}{32}\right] \approx \boxed{[0,488\ ;\ 0,551]}$.
$0,5 \in I$ ; il n'est pas sûr d'être élu!

## II **(4 points)**

Une banque désire savoir si son site est bien adapté au besoin de plus de 5 millions de clients. Elle commande à un institut de sondage une enquête afin d'estimer la proportion de ses clients satisfaits. Elle impose un niveau de confiance de 95 % avec une amplitude de 0,04.
On sait que l'amplitude de l'intervalle de confiance est $\dfrac{2}{\sqrt{n}}$.
On doit avoir $\dfrac{2}{\sqrt{n}} = 0,04$ donc $\dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0,02$ d'où $\dfrac{1}{n} = 0,02^2 = 0{,}000\,4$ qui donne $n = \dfrac{1}{0{,}000\,4} = \boxed{2\,500}$.
Il faut interroger au moins 2500 personnes pour avoir une amplitude de 0,04.

## III **(4 points)**

On désire évaluer le nombre $N$ d'individus d'une espèce animale vivant sur une île. Pour cela, on capture 800 individus, ces individus sont marqués puis relâchés. On recapture ultérieurement 1 000 animaux parmi lesquels on dénombre 250 animaux marqués.

1. Le nombre d'animaux capturés et marqués est $M = 800$ ; le nombre d'animaux recapturés est $n = 1\,000$ ; le nombre d'animaux marqués parmi ceux-ci est $m = 250$.
   $N = M \times \dfrac{n}{m} = 800 \times \dfrac{1000}{250} = \boxed{3\,200}$.
2. la taille de l'échantillon est suffisante; la fréquence d'individus marqués est $f = \dfrac{250}{1000} = \dfrac{1}{4} = 0,25$.
   $0,25 \in [0,2\ ;\ 0,8]$.
   On peut appliquer la formule donnant un l'intervalle de confiance au seuil de confiance 0,95.
   $I = \left[f - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ f + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,25 - \dfrac{1}{\sqrt{1000}}\ ;\ 0,25 + \dfrac{1}{1000}\right] \approx \boxed{[0,218\ ;\ 0,282]}$.
   Or, $f = \dfrac{800}{N}$ donc $N = \dfrac{800}{f}$.
   Si $0,218 \leqslant f \leqslant 0,282$, alors $\dfrac{1}{0,282} \leqslant \dfrac{1}{f} \leqslant \dfrac{1}{0,218}$ d'où
   $\dfrac{800}{0,282} \leqslant N \leqslant \dfrac{800}{0,218}$ qui donne $\boxed{2\,836 \leqslant N \leqslant 3\,670}$

## IV **(3 points)**

La taille de l'échantillon est $900 \geqslant 25$. Parmi ceux-ci, la fréquence de ceux qui consomment de la glace est $f = \dfrac{795}{900} \approx 0,883$.

L'intervalle de confiance correspondant, au seuil de confiance 0,95 est : $I = \left[0,88 - \dfrac{1}{\sqrt{900}}\ ;\ 0,88 + \dfrac{1}{\sqrt{900}}\right] \approx \boxed{[0,849\ ;\ 0,917]}$.

En 2000, la proportion de gens déclarant manger des glaces est $p = 0,84$.

$0,84 \notin I$ donc **on ne pas pas affirmer**, au niveau de confiance de 95 %, que le pourcentage de Français consommant régulièrement des glaces est resté stable entre 2000 et 2010.

## V **(6 points)**

1. La fréquence $f$ d'ampoules qui grillent par ménage en soirée sur un intervalle de deux heures est

$$f = 0,005 \times 150,0075.$$

2. On estime qu'environ 2,5 millions de ménages ($n = 2\,500\,000$) regardaient l'émission ce soir-là.
   L'intervalle de confiance est $I = \left[0,0075 - \dfrac{1}{\sqrt{2\,500\,000}}\ ;\ 0,0075 + \dfrac{1}{\sqrt{2\,500\,000}}\right] \approx \boxed{[0,0069\ ;\ 0,0081]}$.

3. On a $0,0069 \leqslant f \leqslant 0,0081$ avec $f = \dfrac{n}{N}$ où $n$ est le nombre de personnes regardant l'émission chez qui une ampoule a grillé et $N$ le nombre total de personnes ayant regardé l'émission.
   Ainsi : $0,0069N \leqslant n \leqslant 0,0081N$.
   $N = 2\,500\,000$ d'où $\boxed{17\,250 \leqslant n \leqslant 20\,250}$.
   On peut donc en conclure avec 95 % de certitude, que ce soir-là, entre 17 250 et 20 250 foyers qui regardaient le tour de magie à la télévision ont pu constater qu'une ampoule grillait chez eux pendant les deux heures de l'émission.

4. **Non**, avec ou sans tour de magie, des milliers d'ampoules auraient grillé pendant que les téléspectateurs regardaient l'émission. Ainsi, pour réaliser ce tout, il suffisait de le faire sur une émission ayant une large audience.