Correction du contrôle (Hardy-Weinberg, évolutions)

I

1. Les fréquences génotypiques sont :

   - $f(\text{NN}) = \dfrac{150}{1\,000} = \boxed{0,15}$
   - $f(\text{NF}) = \dfrac{800}{1\,000} = \boxed{0,8}$
   - $f(\text{FF}) = \dfrac{50}{1000} = \boxed{0,05}$.

2. On en déduit que les fréquences alléliques sont $f(\text{N}) = f(\text{NN}) + \dfrac{1}{2}f(\text{NF}) = \boxed{0,55}$ et $f(F) = 1 - f(F) = \boxed{0,45}$.
3. En supposant que la population est à l'équilibre de Hardy-Weinberg, on a :
   - $f(\text{NN}) = f(\text{N})^2 = \boxed{0{,}302\,5}$
   - $f(\text{NF}) = 2f(\text{N})f(\text{F}) = 0,495$
   - $f(\text{FF}) = f(\text{F})^2 = 0{,}202\,5$.
4. On constate que les valeurs théoriques calculées à la question précédente sont très différentes des valeurs calculées à la question 1.
   On en déduit que la population n'est pas à l'équilibre de Hardy-Weinberg.
5. Comme les volailles sont prélevées dans un élevage, on peut penser qu'il y a une sélection d'origine humaine pour favoriser les génotypes NF, par exemple, en privilégiant les accouplements entre individus du génotype NN et du génotype FF.
   On constate d'ailleurs que la proportion d'animaux de génotype NF est beaucoup plus importante dans l'échantillon observé que la fréquence théorique calculée dans le cadre du modèle de Hardy-Weinberg. Cela conforte l'idée d'une sélection afin de favoriser ce génotype.

II

Un arbre croît de 5 cm chaque mois. Le 1er janvier 2019, il mesure 690 cm. On note $h(n)$ la hauteur (en centimètres) de l'arbre, n mois après le 1er janvier 2019. Ainsi $h(0) = 690$.

1. - $h(1) = 690 + 5 = \boxed{695}$.
   - $h(2) = 695 + 5 = \boxed{700}$.
2. Pour tout n, $h(n+1) = h(n) + 5$; on en déduit que la suite h est arithmétique de raison 5 et de premier terme $h(0) = 690$.
3. Le 1er mai 2020 correspond à $n = 16$; on sait que $h(n) = h(0) = nr = 690 + 5n$ donc $h(416) = 590 + 16 \times 5 = 670$

III

Au 1er janvier 2013, l'Île de France comptait 11 972 082 habitants.
Le population d'Île de France subit une augmentation annuelle moyenne de 0,4 %.

1. Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 0,4 % est $\boxed{C = 1 + \dfrac{0,4}{100} = 1,004}$.

   Au 1er janvier 2014, la population est $11\,972\,082 \times 1,004 \approx \boxed{12\,019\,970}$
2. Le 1er janvier 2018 correspond à $n = 5$. La population d'Île de France au 1er janvier 2018 est alors $11972082 \times 1,004^5 \approx \boxed{12\,213\,447}$.

IV

En janvier 2019, une entreprise renouvelle son parc de tablettes tactiles. La tablette choisie affiche une autonomie de 8 heures. Une étude montre que l'autonomie de la batterie baisse de 15 % chaque année d'utilisation. Soit n un entier naturel, on modélise le nombre d'heures d'autonomie de cette tablette pour l'année $2019 + n$ par une suite $(a(n))$.

1. $\boxed{a(0) = 8}$.
2. Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 15 % est $C = 1 - \dfrac{15}{100} = \boxed{0,85}$.

   - En 2020, l'autonomie est $8 \times C = 8 \times 0,85 = \boxed{6,8}$ h
   - En 2021, elle est de $6,8 \times 0,85 = \boxed{5,78}$ h
3. Pour tout n, $\boxed{a(n+1) = 0,85a(n)}$; a est donc une suite géométrique, de raison $q = 0,85$.
4. $a(n) = a(0)q^n = 8 \times 0,85^n$; 2023 correspond à $n = 4$; $a(4) = \approx 4,176$ h .
5. 2030 correspond à $n = 11$; $a(11) \approx 1,34$ h, soit environ 1 h 20 min.

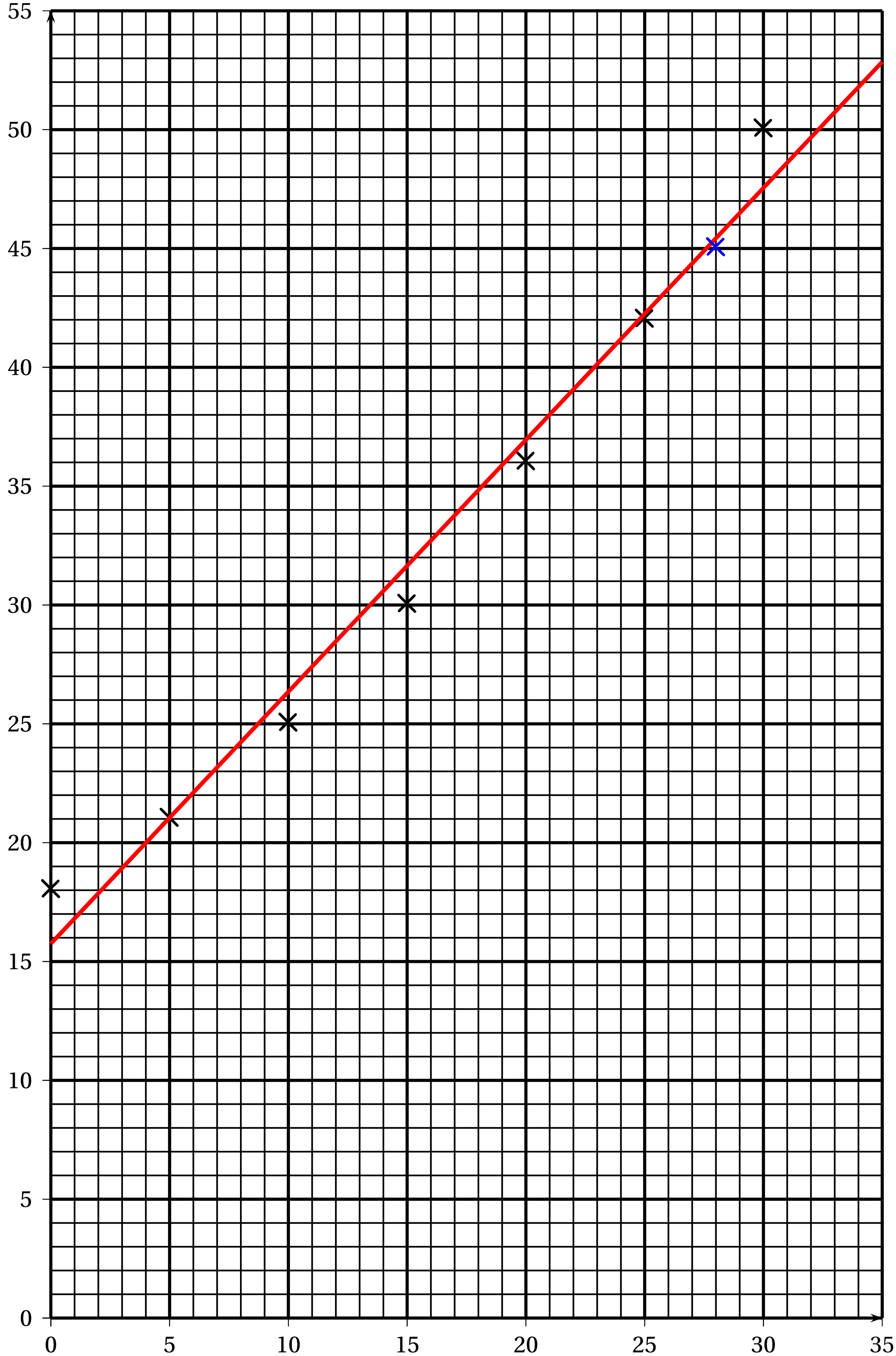
V

Le tableau suivant donne la population d'une ville nouvelle entre les années 1970 et 2000.

Année	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Rang de l'année x	0	5	10	15	20	25	30
Population en milliers d'habitants y	18	21	25	30	36	42	50

Le nuage de points associé à ce tableau est représenté graphiquement ci-dessous ; le rang x de l'année est en abscisse et la population y en ordonnée.

1. À l'aide de la calculatrice, on trouve qu'une équation de la droite d'ajustement affine est $y = 1,06x + 15,75$ (coefficients arrondis au centième).
   La droite est tracée sur le graphique.
2. 1998 correspond au rang 28 ; on lit sur le graphique une population d'environ $\boxed{\text{45 milliers}}$.
3. 2003 correspond à $x = 33$.
   On remplace x par 33 dans l'équation : $1,06 \times 33 + 15,75 = \boxed{50,73}$.
   La population en 2003 devrait être d'environ 50,73 milliers.


0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
0
5
10
15
20
25
30
35