Modèles démographiques

Rappels

Rappels

Si une quantité évolue d'une valeur initiale V_i à une valeur finale V_f , on définit :

Rappels

Si une quantité évolue d'une valeur initiale V_i à une valeur finale V_f , on définit :

- la variation absolue de cette quantité par $V_f - V_i$;

Rappels

Si une quantité évolue d'une valeur initiale V_i à une valeur finale V_f , on définit :

- la variation absolue de cette quantité par $V_f - V_i$;
- la variation relative de cette quantité par $\dfrac{V_f - V_i}{V_i}$

Exemple : Si la population d'un pays évolue de 2 millions à 2,2 millions alors la variation absolue est $2,2-2=0,2$ millions et la variation relative est $\dfrac{2,2-2}{2}=0,1$.

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;
a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;
a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.
b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;
a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.
b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.
Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points de la droite, le coefficient directeur vaut : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;

a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.

b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.

Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points de la droite, le coefficient directeur vaut : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : soient $A(2\ ;\ 5)$ et $B(5\ ;\ -7)$.

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;
a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.
b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.
Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points de la droite, le coefficient directeur vaut : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : soient $A(2\ ;\ 5)$ et $B(5\ ;\ -7)$.

- Le coefficient directeur est :

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;
a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.
b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.
Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points de la droite, le coefficient directeur vaut : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : soient $A(2\ ;\ 5)$ et $B(5\ ;\ -7)$.

- Le coefficient directeur est :
  $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-7-5}{5-2} = \dfrac{-12}{3} = -4.$

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;
a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.
b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.
Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points de la droite, le coefficient directeur vaut : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : soient $A(2\ ;\ 5)$ et $B(5\ ;\ -7)$.

- Le coefficient directeur est :
  $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-7-5}{5-2} = \dfrac{-12}{3} = -4.$
  L'équation. de la droite est de la forme $y = -4x + b$.

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;
a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.
b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.
Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points de la droite, le coefficient directeur vaut : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : soient $A(2\ ;\ 5)$ et $B(5\ ;\ -7)$.

- Le coefficient directeur est :
  $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-7-5}{5-2} = \dfrac{-12}{3} = -4$.
  L'équation. de la droite est de la forme $y = -4x + b$.
  A appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient cette équation :

Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;
a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.
b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.
Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points de la droite, le coefficient directeur vaut : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : soient $A(2\ ;\ 5)$ et $B(5\ ;\ -7)$.

- Le coefficient directeur est :
  $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-7-5}{5-2} = \dfrac{-12}{3} = -4$.
  L'équation. de la droite est de la forme $y = -4x + b$.
  A appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient cette équation : $5 = -4 \times 2 + b = -8 + b$ donc $b = 5 + 8 = 13$.

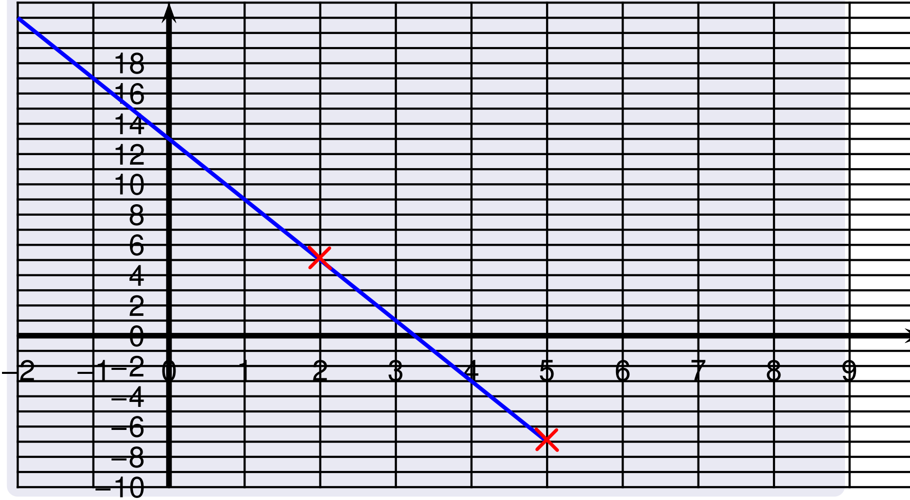
Rappel sur les équations réduites de droites

Dans un repère, une droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$;
a est le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.
b est l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.
Si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points de la droite, le coefficient directeur vaut : $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : soient $A(2\ ;\ 5)$ et $B(5\ ;\ -7)$.

- Le coefficient directeur est :
  $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-7-5}{5-2} = \dfrac{-12}{3} = -4$.
  L'équation. de la droite est de la forme $y = -4x + b$.
  A appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient cette équation : $5 = -4 \times 2 + b = -8 + b$ donc $b = 5 + 8 = 13$.
  L'équation réduite de la droite (AB) est $\boxed{y = -4x + 13}$

Graphique



Modèle linéaire

Modèle linéaire

On considère l'évolution d'une population d'une ville sur plusieurs années. Les valeurs données sont exprimées en milliers et arrondies à l'unité.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Population	48	51	54	57	60	63

Modèle linéaire

On considère l'évolution d'une population d'une ville sur plusieurs années. Les valeurs données sont exprimées en milliers et arrondies à l'unité.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Population	48	51	54	57	60	63

Voir exercice I de la feuille

Modèle linéaire, suites numériques

Modèle linéaire, suites numériques

On considère 2015 comme l'année 0 et on note $u(n)$ la population à l'année n.

Modèle linéaire, suites numériques

On considère 2015 comme l'année 0 et on note $u(n)$ la population à l'année n.
Ainsi, $u(0) = 48$, $u(1) = 51$, $u(2) = 54$, $u(3) = 57$, $u(4) = 60$ et $u(5) = 63$.

Modèle linéaire, suites numériques

On considère 2015 comme l'année 0 et on note $u(n)$ la population à l'année n.
Ainsi, $u(0) = 48$, $u(1) = 51$, $u(2) = 54$, $u(3) = 57$, $u(4) = 60$ et $u(5) = 63$.
Si on calcule les variations absolues d'une année sur l'autre, on trouve :
$u(1) - u(0) = 3$; $u(2) - u(1) = 3$; $u(3) - u(2) = 3$; $u(4) - u(3) = 3$ et $u(5) - u(4) = 3$.

Modèle linéaire, suites numériques

On considère 2015 comme l'année 0 et on note $u(n)$ la population à l'année n.
Ainsi, $u(0) = 48$, $u(1) = 51$, $u(2) = 54$, $u(3) = 57$, $u(4) = 60$ et $u(5) = 63$.
Si on calcule les variations absolues d'une année sur l'autre, on trouve :
$u(1) - u(0) = 3$; $u(2) - u(1) = 3$; $u(3) - u(2) = 3$; $u(4) - u(3) = 3$ et $u(5) - u(4) = 3$.
Ainsi constate-t-on que les variations absolues sont **constantes** égales à 3.

Modèle linéaire, suites numériques

On considère 2015 comme l'année 0 et on note $u(n)$ la population à l'année n.
Ainsi, $u(0) = 48$, $u(1) = 51$, $u(2) = 54$, $u(3) = 57$, $u(4) = 60$ et $u(5) = 63$.
Si on calcule les variations absolues d'une année sur l'autre, on trouve :
$u(1) - u(0) = 3$; $u(2) - u(1) = 3$; $u(3) - u(2) = 3$; $u(4) - u(3) = 3$ et $u(5) - u(4) = 3$.
Ainsi constate-t-on que les variations absolues sont **constantes** égales à 3.

On dit qu'une quantité u dépendant d'un entier naturel n a une variation linéaire si sa variation absolue $u(n+1) - u(n)$ a une valeur constante a (c'est-à-dire une valeur a qui ne dépend pas de n).

La suite des valeurs $u(n)$ est alors appelée une **suite arithmétique** de **raison** a.

La suite des valeurs $u(n)$ est alors appelée une **suite arithmétique** de **raison** a.

Si une suite de valeurs $u(n)$ est une suite arithmétique de raison a alors :

La suite des valeurs $u(n)$ est alors appelée une **suite arithmétique** de **raison** a.

Si une suite de valeurs $u(n)$ est une suite arithmétique de raison a alors :

- les points de coordonnées $(n\,;\ u(n))$ sont alignés sur une droite dont le coefficient directeur est a ;

La suite des valeurs $u(n)$ est alors appelée une **suite arithmétique** de **raison** a.

Si une suite de valeurs $u(n)$ est une suite arithmétique de raison a alors :

- les points de coordonnées $(n\ ;\ u(n))$ sont alignés sur une droite dont le coefficient directeur est a ;
- Pour tout entier naturel n, $\boxed{u(n) = u(0) + na}$.

Droite d’ajustement linéaire

Droite d'ajustement linéaire

Dans la réalité, les variations absolues ne sont jamais ou rarement constantes. On considère cependant que le modèle linéaire est adapté si les variations absolues varient peu. Cela se traduira par le fait que les points de coordonnées $(n, u(n))$ ne sont pas parfaitement alignés mais **approximativement** alignés. Dans ce cas, on peut rechercher une droite qui représenterait au mieux cet alignement approximatif. Cette droite est appelée la **droite d'ajustement linéaire** du nuage de points.

L'équation d'une telle droite se trouve à la calculatrice ou avec un tableur.

Droite d'ajustement linéaire

Dans la réalité, les variations absolues ne sont jamais ou rarement constantes. On considère cependant que le modèle linéaire est adapté si les variations absolues varient peu. Cela se traduira par le fait que les points de coordonnées $(n, u(n))$ ne sont pas parfaitement alignés mais **approximativement** alignés. Dans ce cas, on peut rechercher une droite qui représenterait au mieux cet alignement approximatif. Cette droite est appelée la **droite d'ajustement linéaire** du nuage de points.
L'équation d'une telle droite se trouve à la calculatrice ou avec un tableur.

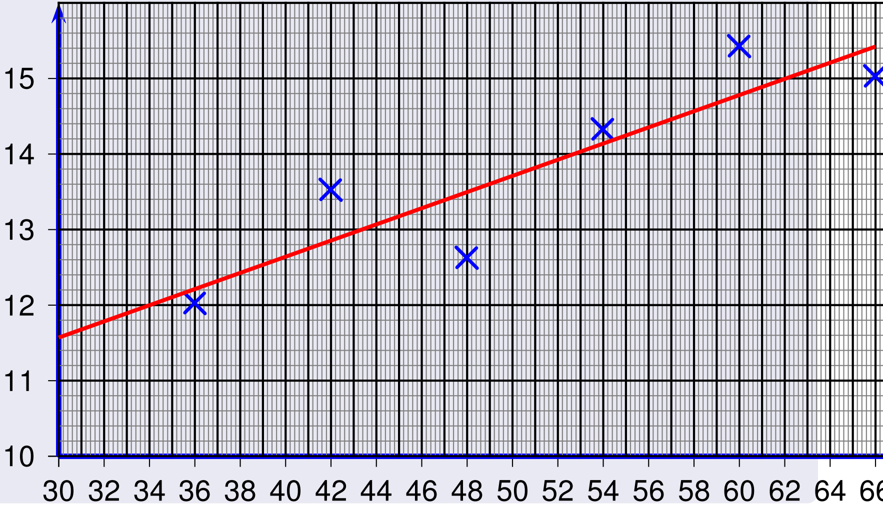
Voir exercice II de la feuille

Le tableau suivant donne la moyenne y des **maxima** de tension artérielle en fonction de l'âge x d'une population donnée.

âge x_i	36	42	48	54	60	66
Tension y_i	12	13,5	12,6	14,3	15.4	15

Nuage

Voilà le nuage de points.



À la calculatrice, on trouve que la droite d'ajustement a pour équation $\boxed{y = 0,107x + 8,360}$.

À la calculatrice, on trouve que la droite d'ajustement a pour équation $\boxed{y = 0,107x + 8,360}$. Pour cela, aller dans menu STATS, Edit, puis rentrer les données dans les listes $L1$ et $L2$.

À la calculatrice, on trouve que la droite d'ajustement a pour équation $\boxed{y = 0,107x + 8,360}$. Pour cela, aller dans menu STATS, Edit, puis rentrer les données dans les listes $L1$ et $L2$. Puis dans ce même menu STATS, aler dans CALC puis reglin(ax+b)

À la calculatrice, on trouve que la droite d'ajustement a pour équation $\boxed{y = 0,107x + 8,360}$. Pour cela, aller dans menu STATS, Edit, puis rentrer les données dans les listes $L1$ et $L2$.
Puis dans ce même menu STATS, aler dans CALC puis reglin(ax+b)
En utilisant cet ajustement, la tension maximale à 70 ans serait $0,107 \times 70 + 8,360 \approx \boxed{15,85}$.

À la calculatrice, on trouve que la droite d'ajustement a pour équation $\boxed{y = 0,107x + 8,360}$. Pour cela, aller dans menu STATS, Edit, puis rentrer les données dans les listes $L1$ et $L2$. Puis dans ce même menu STATS, aler dans CALC puis reglin(ax+b)

En utilisant cet ajustement, la tension maximale à 70 ans serait $0,107 \times 70 + 8,360 \approx \boxed{15,85}$.

La tension artérielle théorique (15,85) est donc inférieure à celle de cette personne de 70 ans (16,1) .