

## Enseignement scientifique : correction du contrôle TD (groupe 1)

### (intervalles de confiance, méthode CMR)

#### I

Le directeur d'une chaîne de restaurant souhaite savoir si ses clients actuels sont satisfaits des menus proposés dans ses restaurants.

Une enquête de satisfaction est réalisée sur un échantillon de 300 clients et 204 se déclarent satisfaits des menus proposés.

1. La proportion de clients satisfaits est :

$$f = \frac{204}{300} = \frac{68}{100} = \boxed{0,68}$$

2.  $n = 300 \geq 30$ ;  $nf \geq 5$  et  $n(1-f) \geq 5$ .

Un intervalle de confiance au niveau de 95 % est :

$$I = \left[ f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$$= \left[ 0,68 - \frac{1}{\sqrt{300}} ; 0,68 + \frac{1}{\sqrt{300}} \right] \approx \boxed{[0,62 ; 0,74]}$$

3. Le directeur souhaite cependant avoir une estimation plus précise et donc veut un intervalle de confiance au niveau de 95 % d'amplitude 0,06.

L'amplitude de l'intervalle de confiance est  $\frac{2}{\sqrt{n}}$  si  $n$  est la taille de l'échantillon.

On doit avoir :  $\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,06$  donc  $\frac{1}{\sqrt{n}} = 0,03$  d'où

$$\frac{1}{n} = 0,03^2 \text{ qui donne } n = \frac{1}{0,03^2} \approx 1111.$$

Il faut interroger environ **1 111** personnes pour avoir un intervalle de confiance d'amplitude 0,06.

#### II

On désire évaluer l'abondance d'une espèce animale vivant sur une île.

Pour cela, on capture 1 200 individus, on les marque puis on les relâche.

On recapture ultérieurement 1 500 animaux parmi lesquels on dénombre 375 animaux marqués.

On note  $N$  le nombre d'individus de cette espèce animale,  $M$  le nombre d'individus capturés et marqués,  $n$  le nombre d'individus recapturés et  $m$  le nombre d'individus marqués parmi ceux-ci.

D'après l'énoncé, on a  $M = 1200$ ,  $n = 1500$  et  $m = 375$ .

1. La proportion d'animaux marqués lors de la recapture est  $p = \frac{375}{1500} = \boxed{0,25}$ .

2. Pour estimer l'abondance de l'espèce étudiée, on va utiliser la méthode CMR. D'après cette méthode, on a :

$$N = M \times \frac{n}{m} = 1200 \times 4 = \boxed{4800}$$

3. (a) Les conditions  $N \geq 30$ ,  $Nf \geq 5$  et  $N(1-f) \geq 5$  sont vérifiées.

Un intervalle de confiance au seuil de confiance 95 % de la proportion d'animaux marqués.

$$I = \left[ f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$$= \left[ 0,25 - \frac{1}{\sqrt{1500}} ; 0,25 + \frac{1}{\sqrt{1500}} \right] \approx \boxed{[0,224 ; 0,276]}$$

- (b) La proportion d'animaux marqués est comprise, avec un niveau de confiance 95 %, entre 0,224 et 0,276 donc l'abondance est comprise (avec le même niveau de confiance), entre  $\frac{1200}{0,224} \approx 5358$  et  $\frac{1200}{0,279} \approx 4301$ .

On en déduit  $\boxed{4301 \leq N \leq 5358}$

#### III

La cistude d'Europe (*Emys orbicularis*) est une espèce de tortue vivant notamment dans le sud de la France.

Les marais du Grès St Nazaire abritent la plus grande population de cistudes d'Europe dans le département de l'Hérault.

Un suivi des effectifs de la population a été réalisé par la mise en oeuvre sur 4 ans (2015-2018) d'une campagne de CMR.

Voici les résultats du marais du Grès St Nazaire où  $M$  signifie « nombre d'animaux capturés et marqués »,  $C$  signifie « nombres d'animaux capturés lors de la recapture »,  $R$  signifie « nombre d'animaux marqués capturés lors de la recapture ».

1. On note  $N$  le nombre total de Cistudes.

D'après la méthode CMR, on a :  $\frac{N}{M} = \frac{C}{R}$  donc

$$\boxed{N = M \times \frac{C}{R}}$$

On obtient :

Marais du Grès St Nazaire					
Année	2014	2015	2016	2017	2018
M	84	66	64	48	62
C	27	19	23	15	21
R	23	13	10	6	12
N	99	96	147	120	109

2. L'abondance moyenne à partir des quatre résultats de la question 1 est :

$$\bar{N} = \frac{99 + 96 + 147 + 120 + 109}{5} = \frac{571}{5} \approx \boxed{114}$$

3. L'intérêt de réaliser plusieurs recaptures est d'obtenir un résultat plus fiable; les individus sont d'avantage mélangés, les recaptures sont faites à des moments différents.