

Enseignement scientifique : correction du contrôle TE (intervalles de confiance, méthode CMR)

I

1. 192 habitants sur 300 sont favorables au projet.
Cela correspond à une proportion :

$$f = \frac{192}{300} = \boxed{0,64}.$$

2. Les conditions $n \geq 30$, $nf \geq 5$ et $n(1-f) \geq 5$ étant vérifiées, l'intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95 % est donné par :

$$I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right].$$

$$\text{Donc : } I = \left[0,64 - \frac{1}{\sqrt{300}} ; 0,64 + \frac{1}{\sqrt{300}} \right]$$

$$\approx \boxed{[0,582 ; 0,698]} \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

3. L'amplitude de l'intervalle de confiance est :

$$A = \left(f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) - \left(f - \frac{1}{\sqrt{n}} \right) = \boxed{\frac{2}{\sqrt{n}}}.$$

Cette amplitude est inférieure ou égale à 0,1 lorsque :

$$\frac{2}{\sqrt{n}} \leq 0,1$$

donc $2 \leq 0,1\sqrt{n}$ c'est-à-dire : $\frac{2}{0,1} \leq 0,1$ donc $20 \leq n$
d'où $n \geq 400$.

Il faut donc interroger **au minimum 400** personnes pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude inférieure ou égale à 0,1.

II

On désire évaluer l'abondance d'une espèce animale vivant sur une île.

Pour cela, on capture 800 individus, on les marque puis on les relâche.

On recapture ultérieurement 1 000 animaux parmi lesquels on dénombre 250 animaux marqués. On note N le nombre d'individus de cette espèce animale, M le nombre d'individus capturés et marqués, n le nombre d'individus recapturés et m le nombre d'individus marqués parmi ceux-ci.

D'après l'énoncé, on a $M = 800$, $n = 1000$ et $m = 250$.

1. La proportion d'animaux marqués lors de la recapture est $f = \frac{m}{n} = \frac{250}{1000} = \boxed{\frac{1}{4} = 0,25}$.

2. D'après la méthode CMR, on a :

$$N = M \times \frac{n}{m} = 800 \times 4 = \boxed{3200}$$

3. (a) Les conditions $N \geq 30$, $Nf \geq 5$ et $N(1-f) \geq 5$ sont vérifiées; un intervalle de confiance au seuil de confiance 95 % d'animaux marqués est :

$$I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$$= \left[0,25 - \frac{1}{\sqrt{1000}} ; 0,25 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right]$$

$$\approx \boxed{[0,218 ; 0,282]}.$$

- (b) La proportion d'animaux marqués est comprise, avec un niveau de confiance 95 %, entre 0,218 et 0,282 donc l'abondance est comprise (avec le même niveau de confiance), entre $\frac{800}{0,218} \approx 3670$ et $\frac{800}{0,282} \approx 2836$.
On en déduit $\boxed{2836 \leq N \leq 3670}$

III

La cistude d'Europe (*Emys orbicularis*) est une espèce de tortue vivant notamment dans le sud de la France.

Les marais de l'étang de l'Or abritent la plus grande population de cistudes d'Europe dans le département de l'Hérault.

Un suivi des effectifs de la population a été réalisé par la mise en oeuvre sur 4 ans (2015-2018) d'une campagne de CMR.

Voici les résultats du marais du Grès St Nazaire où M signifie « nombre d'animaux capturés et marqués », C signifie « nombres d'animaux capturés lors de la recapture », R signifie « nombre d'animaux marqués capturés lors de la recapture ».

1. On note N le nombre total de Cistudes.
D'après la méthode CMR, on a : $\frac{N}{M} = \frac{C}{R}$ donc

$$\boxed{N = M \times \frac{C}{R}}$$

On obtient :

Marais du Grès St Nazaire					
Année	2014	2015	2016	2017	2018
M	84	66	64	48	62
C	27	19	23	15	21
R	23	13	10	6	12
N	99	96	147	120	109

2. L'abondance moyenne à partir des quatre résultats de la question 1 est :
 $\bar{N} = \frac{99 + 96 + 147 + 120 + 109}{5} = \frac{571}{5} \approx \boxed{114}$.
3. L'intérêt de réaliser plusieurs recaptures est d'obtenir un résultat plus fiable; les individus sont davantage mélangés, les recaptures sont faites à des moments différents.