

# Enseignement scientifique : correction du contrôle TE-groupe 1

## (intervalles de confiance, méthode CMR)

### I

Le maire d'une commune de plus de 50 000 habitants souhaite connaître l'avis de ses administrés concernant le projet de construction d'un nouveau complexe sportif. Pour cela, il décide d'organiser un sondage en choisissant au hasard 450 habitants de la commune. Sur les 450 habitants interrogés, 288 se déclarent favorables au projet.

- La proportion de personnes favorables au projet dans l'échantillon choisi est  $p = \frac{288}{450} = \boxed{0,64}$
- Les conditions  $n \geq 30$ ,  $np \geq 5$  et  $n(1-p) \geq 5$  sont réunies.

Au seul de confiance 95 %, un intervalle de confiance est :

$$I = \left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 0,64 - \frac{1}{\sqrt{450}} ; 0,64 + \frac{1}{\sqrt{450}} \right] \approx \boxed{[0,592 ; 0,688]}$$

- Le maire trouve que l'amplitude de l'intervalle de confiance trouvé précédemment est trop large. Il décide donc d'organiser un nouveau sondage.

L'amplitude de l'intervalle de confiance est  $\frac{2}{\sqrt{n}}$ ,

donc on doit avoir :

$$\frac{2}{\sqrt{n}} \leq 0,07 \Leftrightarrow \frac{4}{n} \leq 0,07^2 \Leftrightarrow n \geq \frac{4}{0,07^2} \approx 816,3.$$

Il faut donc interroger au moins 817 personnes pour avoir une amplitude dans l'intervalle de confiance inférieure à 0,07.

### II

On désire évaluer l'abondance de manchots empereurs vivant sur une île. Pour cela, on capture 232 individus qui sont marqués puis relâchés. On recapture ultérieurement 400 manchots empereurs parmi lesquels on dénombre 116 animaux marqués. On note  $N$  l'effectif total de manchots,  $M$  le nombre de manchots capturés et marqués,  $n$  le nombre de manchots recapturés et  $m$  le nombre de manchots marqués parmi ceux qui ont été recapturés.

On a :  $M = 232$ ;  $n = 400$  et  $m = 116$

- la fréquence  $f$  de manchots marqués lors de la phase de recapture est :  $f = \frac{m}{n} = \frac{116}{400} = \boxed{0,29}$ .
- Pour estimer l'effectif de la population de manchots, on utilise la méthode CMR :  

$$N = M \times \frac{n}{m} = 232 \times \frac{400}{116} = 800; \boxed{N = 800}$$

- (a) • La taille de l'échantillon de recapture est  $n = 400$ , elle est donc supérieure à 30.  $nf = 116$ , ce qui est supérieur à 5.

•  $n(1-f) = 284$ , ce qui est supérieur à 5.

Donc les conditions de l'expérience sont réunies pour utiliser un intervalle de confiance à 95 %.

$$(b) I = \left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 0,29 - \frac{1}{\sqrt{400}} ; 0,29 + \frac{1}{\sqrt{400}} \right] \approx \boxed{[0,24 ; 0,34]}$$

- On a :  $0,24 < f < 0,34$  donc  $\frac{232}{0,34} < \frac{M}{f} < \frac{232}{0,24}$  d'où

$$\boxed{682 < N < 967}$$

### III

La cistude d'Europe (*Emys orbicularis*) est une espèce de tortue vivant notamment dans le sud de la France.

Le marais Tartuguien Lansargus abrite la plus grande population de cistudes d'Europe dans le département de l'Hérault.

Un suivi des effectifs de la population a été réalisé par la mise en oeuvre sur la période 2015-2018 d'une campagne de CMR.

Voici les résultats du marais Tartuguien Lansargus où  $M$  signifie « nombre d'animaux capturés et marqués »,  $C$  signifie « nombres d'animaux capturés lors de la recapture »,  $R$  signifie « nombre d'animaux marqués capturés lors de la recapture ».

- On note  $N$  le nombre total de Cistudes. D'après la méthode CMR, on a :  $\frac{N}{M} = \frac{R}{C}$  donc

$$\boxed{N = M \times \frac{R}{C}}$$

On obtient :

Marais Tartuguien Lansargus				
Année	2015	2016	2017	2018
M	42	76	69	100
C	17	27	28	39
R	8	15	14	25
N	89	137	138	156

- L'abondance moyenne à partir des quatre résultats de la question 1 est :  

$$\bar{N} = \frac{89 + 137 + 138 + 156}{4} = \frac{520}{4} = \boxed{130}$$
- L'intérêt de réaliser plusieurs recaptures est d'obtenir un résultat plus fiable; les individus sont davantage mélangés, les recaptures sont faites à des moments différents.