

Enseignement scientifique : contrôle TC (groupe 1) (intervalles de confiance, méthode CMR)

I

Dans une ville de 23 000 habitants, la municipalité souhaite connaître l'opinion de ses concitoyens sur la construction d'un nouveau complexe sportif.

Afin de l'aider dans sa décision, la municipalité souhaite obtenir une estimation de la proportion de personnes favorables à la construction de ce complexe sportif.

- Elle fait réaliser un sondage auprès de 1 100 personnes.
700 sont favorables à cette construction.

(a) La proportion p de personnes favorables à cette construction parmi les personnes interrogées est $p = \frac{700}{1100} \approx 0,6364$

(b) $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$.
On peut déterminer un intervalle de confiance au seuil 95 %.
$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \approx [0,60 ; 0,67]$$

(c) La marge d'erreur est $\frac{2}{\sqrt{n}}$.
On cherche n tel que $\frac{2}{\sqrt{n}} \leq 0,04$. On en déduit
$$\frac{1}{\sqrt{n}} \leq 0,02 \text{ d'où } \sqrt{n} \geq \frac{1}{0,02} \text{ puis } n \geq \left(\frac{1}{0,02}\right)^2 = 50^2 = 2500.$$

Il faut interroger au moins 2 500 personnes.

II

On désire évaluer l'abondance d'une espèce animale vivant sur une île.

Pour cela, on capture 1 200 individus, on les marque puis on les relâche.

On recapture ultérieurement 1 500 animaux parmi lesquels on dénombre 375 animaux marqués.

- La proportion d'animaux marqués lors de la recapture est $p = \frac{375}{1500} = 0,25$.
- Pour estimer l'abondance de l'espèce étudiée, on utilise la méthode CMR.
En notant N l'effectif cherché, $M = 1200$, $n = 1500$, $m = 375$, on a :
$$N = M \times \frac{n}{m} = 1200 \times \frac{1500}{375} = \boxed{4800}$$

- (a) Les conditions sont réunies pour utiliser un intervalle de confiance au seuil de confiance 95 %.

$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] : \left[0,25 - \frac{1}{\sqrt{1500}} ; 0,25 + \frac{1}{\sqrt{1500}} \right]$$

$$\boxed{[0,224 ; 0,276]}$$

(b) $0,224 \leq p \leq 0,276 \Rightarrow \frac{1}{0,276} \leq \frac{1}{p} \leq \frac{1}{0,224} \Rightarrow$
$$\frac{1200}{0,276} \leq N \leq \frac{1200}{0,224} \text{ donc } \boxed{4347 \leq N \leq 5358}$$

III

La cistude d'Europe (*Emys orbicularis*) est une espèce de tortue vivant notamment dans le sud de la France.

Le marais de l'étang de l'Or est l'un des marais qui abritent la plus grande population de cistudes d'Europe dans le département de l'Hérault.

Un suivi des effectifs de la population a été réalisé par la mise en oeuvre, sur la période 2014-2018, d'une campagne de CMR.

Voici les résultats du marais du Grès St Nazaire où M signifie « nombre d'animaux capturés et marqués », C signifie « nombres d'animaux capturés lors de la recapture », R signifie « nombre d'animaux marqués capturés lors de la recapture ».

- On note N le nombre total de Cistudes.
D'après la méthode CMR, on a : $\frac{N}{M} = \frac{C}{R}$ donc

$$\boxed{N = M \times \frac{C}{R}}$$

On obtient :

Marais du Grès St Nazaire					
Année	2014	2015	2016	2017	2018
M	84	66	64	48	62
C	27	19	23	15	21
R	23	13	10	6	12
N	99	96	147	120	109

- La moyenne à partir des quatre résultats de la question 1 est :
$$\bar{N} = \frac{99 + 96 + 147 + 120 + 109}{5} = \frac{571}{5} \approx \boxed{114}$$
- L'intérêt de réaliser plusieurs recaptures est d'obtenir un résultat plus fiable; les individus sont davantage mélangés, les recaptures sont faites à des moments différents.