

Enseignement scientifique : correction du contrôle TC (groupe 2)

(intervalles de confiance, méthode CMR)

I

1. On a observé que 78 copies ont obtenu une note supérieure ou égale à 10, donc la proportion de copies de l'échantillon ayant obtenu une note supérieure ou égale à 10 est :

$$f = \frac{78}{160} = 0,4875$$

2. Un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion des copies qui obtiendront une note supérieure ou égale à 10 dans l'ensemble des copies est donné par $I_n = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ où n est la taille de l'échantillon et f la fréquence observée dans cet échantillon.

$$I_n = \left[0,4875 - \frac{1}{\sqrt{160}}; 0,4875 + \frac{1}{\sqrt{160}} \right]$$

$$\approx [0,4084; 0,5666]$$

3. L'amplitude de l'intervalle I_n est :

$$f + \frac{1}{\sqrt{n}} - \left(f - \frac{1}{\sqrt{n}} \right) = \frac{2}{\sqrt{n}}$$

Pour que cette amplitude soit inférieure à 0,04 il faut déterminer n tel que $\frac{2}{\sqrt{n}} < 0,04$.

On résout cette inéquation :

$$\frac{2}{\sqrt{n}} < 0,04 \iff 2 < 0,04 \times \sqrt{n} \iff \frac{2}{0,04} < \sqrt{n}$$

$$\iff 50 < \sqrt{n} \iff 2500 < n$$

Il faut donc que l'échantillon ait une taille supérieure à 2500 pour que l'intervalle de confiance au seuil 95 % ait une amplitude inférieure à 0,04.

II

On désire évaluer l'abondance d'une espèce animale vivant sur une île.

Pour cela, on capture 1 600 individus, on les marque puis on les relâche.

On recapture ultérieurement 2 000 animaux parmi lesquels on dénombre 500 animaux marqués. On note N le nombre d'individus de cette espèce animale, M le nombre d'individus capturés et marqués, n le nombre d'individus recapturés et m le nombre d'individus marqués parmi ceux-ci.

D'après l'énoncé, on a $M = 1600$, $n = 2000$ et $m = 500$.

1. La proportion d'animaux marqués lors de la recapture est $f = \frac{m}{n} = \frac{500}{2000} = \frac{1}{4} = 0,25$.

$$f = \frac{m}{n} = \frac{500}{2000} = \frac{1}{4} = 0,25$$

2. D'après la méthode CMR, on a :

$$N = M \times \frac{n}{m} = 1600 \times 4 = 6400$$

3. (a) Un intervalle de confiance au seuil de confiance 95 % d'animaux marqués est :

$$I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$$= \left[0,25 - \frac{1}{\sqrt{2000}}; 0,25 + \frac{1}{\sqrt{2000}} \right]$$

$$\approx [0,227; 0,273]$$

- (b) La proportion d'animaux marqués est comprise, avec un niveau de confiance 95 %, entre 0,218 et 0,282 donc l'abondance est comprise (avec le même niveau de confiance), entre $\frac{1600}{0,227} \approx 7048$ et $\frac{1600}{0,282} \approx 5674$.

$$\text{On en déduit } 5674 \leq N \leq 7048$$

III

La cistude d'Europe (*Emys orbicularis*) est une espèce de tortue vivant notamment dans le sud de la France.

Les marais de l'étang de l'Or abritent la plus grande population de cistudes d'Europe dans le département de l'Hérault.

Un suivi des effectifs de la population a été réalisé par la mise en oeuvre sur 4 ans (2015-2018) d'une campagne de CMR.

Voici les résultats du marais du Grès St Nazaire où M signifie « nombre d'animaux capturés et marqués », C signifie « nombres d'animaux capturés lors de la recapture », R signifie « nombre d'animaux marqués capturés lors de la recapture ».

1. On note N le nombre total de Cistudes. D'après la méthode CMR, on a : $\frac{N}{M} = \frac{R}{C}$ donc

$$N = M \times \frac{R}{C}$$

On obtient :

Marais Tartuguien Lansargus				
Année	2015	2016	2017	2018
M	42	76	69	100
C	17	27	28	39
R	8	15	14	25
N	89	137	138	156

2. L'abondance moyenne à partir des quatre résultats de la question 1 est :

$$\bar{N} = \frac{89 + 137 + 138 + 156}{4} = \frac{520}{4} = 130$$

3. L'intérêt de réaliser plusieurs recaptures est d'obtenir un résultat plus fiable; les individus sont davantage mélangés, les recaptures sont faites à des moments différents.