Correction du n° 83 page 107

1. On a, par exemple, $\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}4\\1\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}2\\-3\\2\end{pmatrix}$.
2. On constate que les vecteurs $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ ne sont pas colinéaires (coordonnées non proportionnelles).
Les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont donc **sécants**.
3. L'intersection de deux plans sécants est une droite Δ.
Un point $M(x\,;\,y\,;\,z)$ appartient à Δ si, et seulement si, M appartient à chacun des deux plans.
Ses coordonnées doivent donc vérifier les deux équations des deux plans, donc être solutions du système
$$\boxed{\begin{cases}4x+y-3z+1=0\\2x-3y+2z+4=0\end{cases}}$$
Le plus pratique pour déterminer une droite dans l'espace est d'avoir une représentation paramétrique de cette droite.
Pour déterminer une telle représentation à partir du système des deux équations, on prend une des inconnues comme paramètre.
Ici, nous avons prendre x comme paramètre.

En posant $x = t$ et en utilisant les équations des deux plans on obtient le système :
$\begin{cases}x=t\\y-3z=-4t-1\\-3y+2z=-2t-4\end{cases}$, d'où $\begin{cases}x=t\\y-3z=-4t-1\\-7z=-14t-7\end{cases}$ et donc $\begin{cases}x=t\\y=2t+2\\z=2t+1\end{cases}$.
4. D'après la question précédente, pour tout $t\in\mathbb{R}$, le point $M(t;2t+2;2t+1)$ appartient aux deux plans.

Une représentation paramétrique de la droite d'intersection est donc $\boxed{\begin{cases}x=t\\y=2t+2\\z=2t+1\end{cases},\ t\in\mathbb{R}}$.

Ce n'était pas demandé, mais on en déduit que $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de cette droite

- .