Correction du n° 44 page 345

Vecteur directeur de d

La droite d a pour représentation paramétrique :

$$d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Vecteur directeur de d

La droite d a pour représentation paramétrique :

$$d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Vecteur directeur de d

Un vecteur directeur de la droite d est $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Vecteur directeur de d'

$$d' : \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = -4 + t' \\ z = 2 - t' \end{cases}$$

Vecteur directeur de d'

$$d' : \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = -4 + t' \\ z = 2 - t' \end{cases}$$

Un vecteur directeur de cette droite est $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Je choisis volontairement de nommer différemment les deux paramètres pour la suite.

Parallélisme éventuel

On a :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix} \text{ et } \vec{v}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires donc d et d' ne sont pas parallèles

Ces deux droites sont donc sécantes ou non coplanaires

Intersection éventuelle

Si ces deux droites sont sécantes, il existe un point de coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ appartenant aux deux droites.
Il existe alors deux valeurs de t et de t' pour lesquelles les deux représentations donnent les mêmes valeurs pour x, y et z.

Résolution du système

On résout alors le système $\begin{cases} 1+t=2+2t' \\ 3-2t=-4+t' \\ -2+t=2-t' \end{cases}$

On résout le système formé par les deux premières équations :

$$\begin{cases} 1+t=2+2t' \\ 3-2t=-4+t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2t'=1 \\ 2t-t'=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2t'=1 \\ -4t-2t'=-14 \end{cases}.$$

On résout le système formé par les deux premières équations :

$$\begin{cases} 1+t=2+2t' \\ 3-2t=-4+t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2t'=1 \\ 2t-t'=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2t'=1 \\ -4t-2t'=-14 \end{cases}.$$

Par soustraction, on trouve : $5t=15$ d'où $t=3$.
On en déduit $t'=-2t+2=1$

On trouve donc $t=3$ et $t'=1$

On vérifie alors que ces deux valeurs vérifient la troisième équation du système de trois équations.

On vérifie alors que ces deux valeurs vérifient la troisième équation du système de trois équations.

Les deux droites sont donc sécantes en un point A ; pour trouver les coordonnées du points d'intersection, on remplace par exemple t par 3 dans la représentation paramétrique de d. Le point d'intersection A a pour coordonnées $\boxed{A(4\,;\ -3\,;\ 1)}$