Contrôle sur les équations du second degré et la forme canonique

Pour aller au sujet A, cliquer sur **sujet A**
Pour aller au sujet B, cliquer sur **sujet B**

Spécialité Première : contrôle sure les équations du second degré et la forme canonique (Sujet A)

Exercice I (1,5 points)

Soit $f(x) = 9x^2 + 6x + 3$.

a) Trouver la forme canonique de $f(x)$.

b) En déduire, que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geqslant 2$

Exercice II (7 points)

Résoudre les équations suivantes :

a) $(3x+1)(x-5) = 0$

b) $x^2 + 10x + 25 = 0$

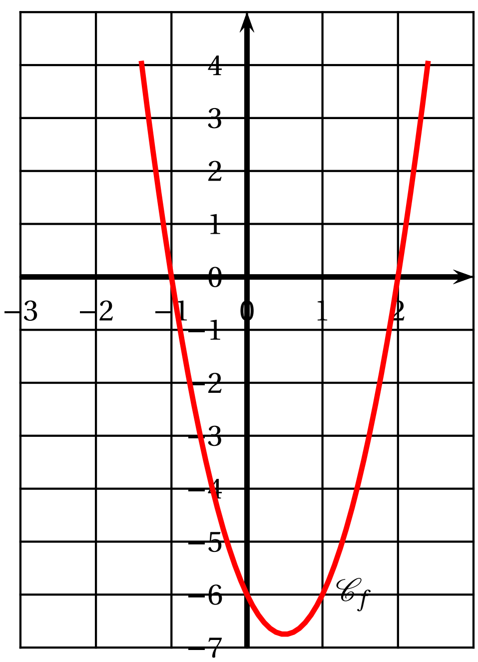
c) $2x^2 + 3x + 5 = 0$

d) $2x^2 - 12x + 23 = 0$

e) $3x^2 + x - 5 = 0$

Exercice III (2,5 points)

Ci-dessous est représentée la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$.



1. Lire graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 0$
2. En déduire la factorisation de $f(x)$ sous la forme $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
3. Lire la valeur de $f(0)$; en déduire la valeur de a.
4. En déduire la forme développée de $f(x)$.

Exercice IV (5 points)

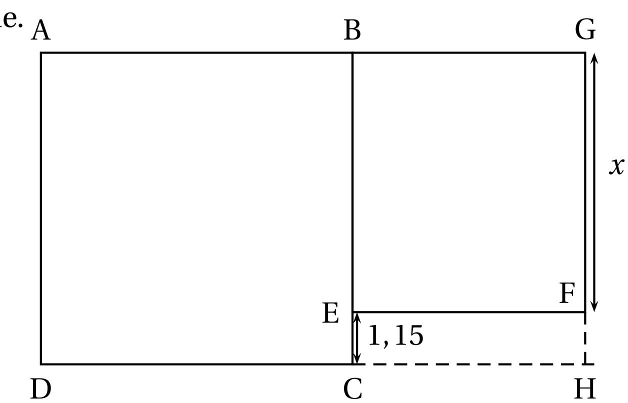
Soit f la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^2 - 12x + 5 \text{ (\textbf{forme 1})}$$

1. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$f(x) = (2x-5)(2x-1) \text{ (\textbf{forme 2})}.$$
2. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$f(x) = 4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 4 \text{ (\textbf{forme 3})}.$$
3. En utilisant la forme de $f(x)$ la plus adaptée, répondre aux questions suivantes :
   (a) Calculer $f(0)$.
   (b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
   (c) Déterminer les antécédents éventuels de 5 par f.
   (d) Montrer que, our tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geqslant -4$. Pour quelle(s) valeur(s) de x ce minimum est-il atteint ?

Exercice V (4 points)

Un architecte travaille sur le plan d'une maison.
Le plan de l'étage est schématisé par la figure ci-dessous.
$ABCD$ et $BGFE$ sont deux carrés.
Le rectangle $EFHC$, d'une largeur de $1,15$ m. représente le balcon sur lequel donne la chambre principale.



On appelle x la longueur (en mètre) du côté du plus petit des deux carrés.
L'étage doit avoir une surface de plancher de 80 m^2.
Le balcon n'est pas pris en compte.
Déterminer la valeur de x.

Spécialité Première : contrôle équations du second degré (Sujet B)

Exercice I (1,5 points)

Soit $f(x) = 8x^2 + 8x + 5$.

a) Trouver la forme canonique de $f(x)$.

b) En déduire, que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geqslant 3$

Exercice II (7 points)

Résoudre les équations suivantes :

a) $(5x+1)(x-7) = 0$

b) $x^2 + 12x + 36 = 0$

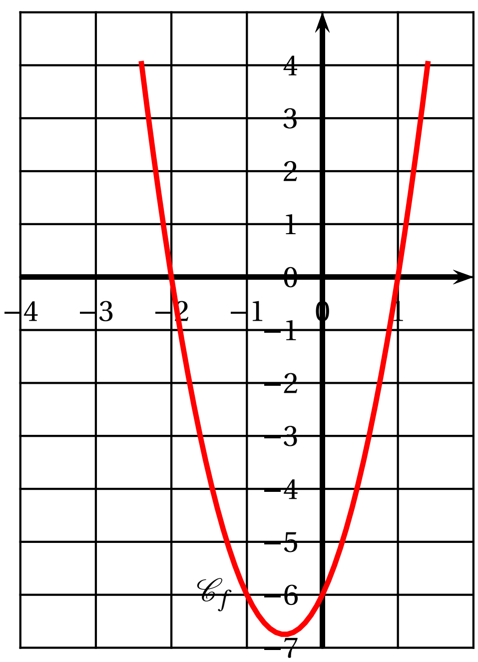
c) $2x^2 + 3x + 6 = 0$

d) $3x^2 + 17x + 10 = 0$

e) $5x^2 + x - 2 = 0$

Exercice III (2,5 points)

Ci-dessous est représentée la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$.



1. Lire graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 0$
2. En déduire la factorisation de $f(x)$ sous la forme $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$.
3. Lire la valeur de $f(0)$; en déduire la valeur de a.
4. En déduire la forme développée de $f(x)$.

Exercice IV (5 points)

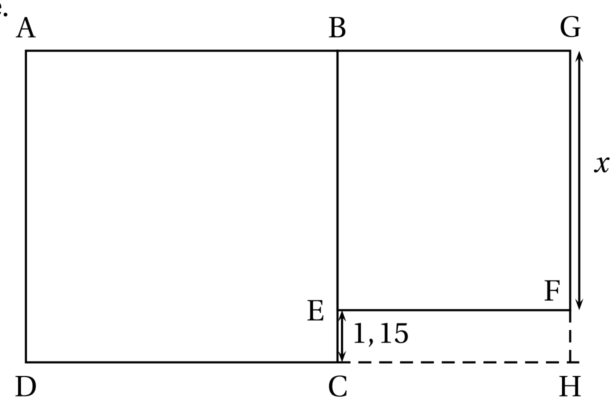
Soit f la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^2 - 20x + 9 \text{ (\textbf{forme 1})}$$

1. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$f(x) = (2x-9)(2x-1) \text{ (\textbf{forme 2})}.$$
2. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$f(x) = 4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 16 \text{ (\textbf{forme 3})}.$$
3. En utilisant la forme de $f(x)$ la plus adaptée, répondre aux questions suivantes :
   (a) Calculer $f(0)$.
   (b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
   (c) Déterminer les antécédents éventuels de -16 par f.
   (d) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geqslant -16$. Pour quelle(s) valeur(s) de x ce minimum est-il atteint ?

Exercice V (4 points)

Un architecte travaille sur le plan d'une maison. Le plan de l'étage est schématisé par la figure ci-dessous.
$ABCD$ et $BGFE$ sont deux carrés.
Le rectangle $EFHC$, d'une largeur de 1,15 m. représente le balcon sur lequel donne la chambre principale.



On appelle x la longueur (en mètre) du côté du plus petit des deux carrés.
L'étage doit avoir une surface de plancher de 80 m^2.
Le balcon n'est pas pris en compte.
Déterminer la valeur de x.