2^nde : devoir sur feuille nº 1

On soignera la rédaction ; on rappelle que chaque réponse doit être justifiée

I

Dans un repère (O ; I ; J) orthonormal, on donne les points R(1 ; -1), S(-2 ; 0), T(0 ; 6) et U(3 ; 5).

1. Placer les points dans le repère.
2. Quelle conjecture peut-on faire sur la nature du quadrilatère RSTU ?
3. Démontrer que ce quadrilatère est un parallélogramme.
4. Démontrer alors la conjecture faite à la question 2.

II

On munit le plan d'un repère orthonoémr (0 ; I ; J). On considère les points T(-2,2 ; 1,2), A(-1,2 ; 3,6), C(6 ; 0,6).

1. Calculer les longueurs des trois côtés du triangle TAC.
2. Démontrer que ce triangle est rectangle.
3. On appelle K le milieu de [TC]. Calculer les coordonnées de K.
4. Quelles sont les coordonnées du point E tel que ECAT soit un rectangle ; expliquer !

III

Dans le repère orthonormé (0 ; I ; J) d'unité 1 cm, on considère les points suivants :
A(6 ; 0), B(0 ; 4), C(1 ; -1).

1. Faire une figure.
2. Prouver que le triangle ABC est rectangle.
3. On appelle K le milieu de [AB].
   (a) Calculer les coordonnées de K.
   (b) Prouver que K appartient à la médiatrice de [OC].

IV

Le tableau de variation suivant est celui d'une fonction f définie sur [-4 ; 4].

x	-4	2	4
$f(x)$	3 ↘	1	↗ 6

On sait de plus que $f(3) = 3$. Déterminer chacun des ensembles suivants :

a) l'ensemble des nombres x tels que $f(x) \geqslant 0$.

b) l'ensemble des nombres x tels que $f(x) \geqslant 3$.

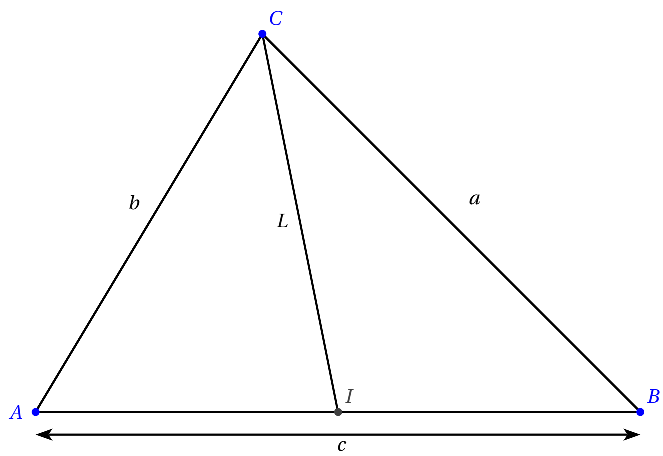
c) l'ensemble des nombres x tels que $f(x) < 3$.

d) l'ensemble des nombres x tels que $f(x) < 1$.

V

Dans un vieux livre de mathématiques, on trouve la formule donnant la longueur des médianes d'un triangle en fonction de la longueur des trois côtés (voir figure). :

$$L^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$$



On se place dans un repère orthonormé d'origine A tel que (AB) soit l'axe des abscisses, B ayant une abscisse positive.

1. Quelles sont les coordonnées de A et de B ?
2. Quelles sont les cordonnées de I, milieu de [AB] ?
3. On note $(x_C\ ;\ y_C)$ les coordonnées de C. Vérifier que
$$L^2 = IC^2 = x_C^2 + y_C^2 - cx_C + \frac{c^2}{4}.$$
4. Calculer a^2 et b^2 en fonction de x_C, y_C et de c. Donner les résultats sous forme développée.
5. Démontrer alors la formule de ce vieux livre.

« La vie n'est bonne qu'à étudier et à enseigner les mathématiques. » (Blaise Pascal)