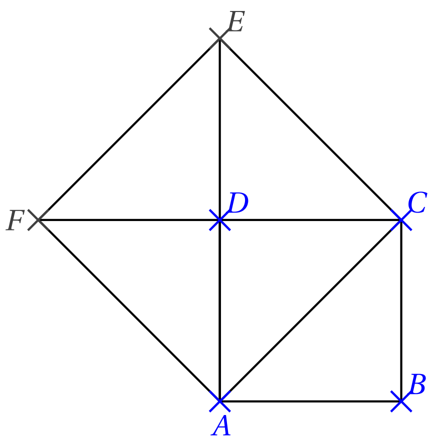
2nde : correction du contrôle n° 1 (Géométrie repérée)

I (1,5 point)

Voir cours !

II (3 points)

ABCD est un carré ; E est le symétrique de A par rapport à D ; F est le symétrique de C par rapport à D.



1. Dans le repère (A ; B ; D)., les coordonnées des six points de la figure sont :
A(0 ; 0), B(1 ; 0), C(1 ; 1), D(0 ; 1), E(0 ; 2) et F(-1 ; 1).

2. Dans le repère (C ; B ; D)., les coordonnées des six points de la figure sont :
A(1 ; 1), B(1 ; 0), C(0 ; 0), D(0 ; 1), E(-1 ; 1) et F(0 ; 2).

III (2 points)

Dans un repère (O ; I ; J), on considère les points A(2 ; 5) et B(3 ; 1).
Les cordonnées du point M, milieu du segment [AB] sont :
$x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{5}{2}$ et $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$.

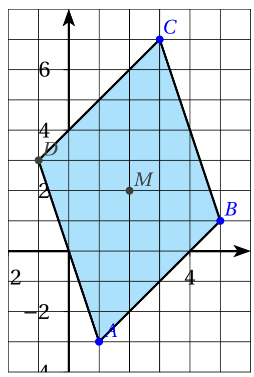
Par conséquent, on a : $\boxed{M\left(\dfrac{5}{2}\ ;\ 3\right)}$

IV (2,5 points)

Dans un repère (0 ; I ; J), on considère les points A(2 ; 1), B(5 ; 2), C (7 ; 5) et D(4 ; 4).
Soit M le milieu de la diagonale [AC].
$x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \boxed{\dfrac{9}{2}}$ et $y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \boxed{3}$.
Soit M' le milieu de la diagonale [BD].
$x_{M'} = \dfrac{x_B + x_D}{2} = \boxed{\dfrac{9}{2}}$ et $y_{M'} = \dfrac{y_B + y_D}{2} = \boxed{3}$.
Les points M et M' ont les même coordonnées donc $\boxed{M = M'}$.
ABCD est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu : c'est un **parallélogramme**.

V (3 points)

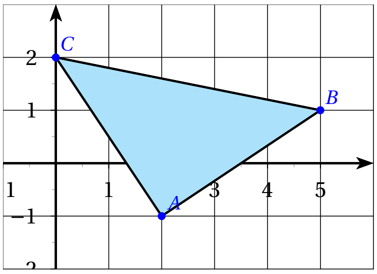
Dans un repère (0 ; I ; J), on considère les points A(1 ; -3), B(5 ; 1), C (3 ; 7).
Les diagonales [AC] et [BD] doivent avoir le même milieu.
M, milieu de [AC] a pour coordonnées :
$x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{4}{2} = \boxed{2}$ et $y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{4}{2} = \boxed{2}$.
On note x_D et y_D les coordonnées de D.
On doit donc avoir :
$x_M = \dfrac{x_B + x_D}{2}$ donc $2 = \dfrac{5 + x_D}{2}$. On en déduit $5 + x_D = 2 \times 2 = 4$ d'où $x_D = 4 - 5 = \boxed{-1}$.
$y_M = \dfrac{y_B + y_D}{2}$ donc $2 = \dfrac{1 + y_D}{2}$. On en déduit $1 + y_D = 2 \times 2 = 4$ d'où $y_D = 4 - 1 = \boxed{3}$.
D a pour coordonnées $\boxed{D(-1\ ;\ 3)}$.



VI (4 points)

Dans un repère orthonormé (0 ; I ; J), on considère les points A(2 ; -1), B(5 ; 1) et C(0 ; 2).

1. Figure :



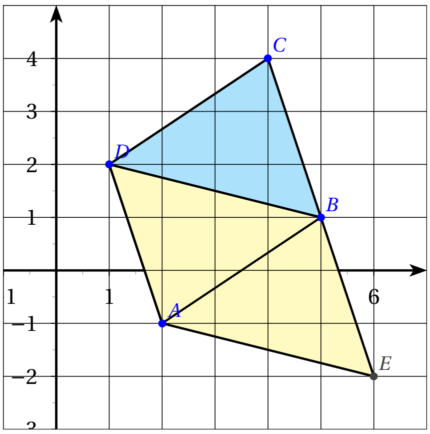
2. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
$= \sqrt{(5-2)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \boxed{\sqrt{13}}$.
$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$
$= \sqrt{(0-5)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{(-5)^2 + 1^2} = \boxed{\sqrt{26}}$.
$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$
$= \sqrt{(0-2)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \boxed{\sqrt{13}}$.
3. On a $AB = AC$ donc le triangle ABC est isocèle en A.
$BC^2 = 26$; $AB^2 + AC^2 = 13 + 13 = 26$ donc $\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est **rectangle** en B.
Conclusion : le triangle ABC est **isocèle rectangle** en B

VII **(4 points)**

Remarque : il s'agit du **même** exercice que le n° 41 page 233 fait en classe ; je n'ai changé que les coordonnées des points !

Dans un repère $(0\,;\ I\,;\ J)$, on considère les points A(2 ; -1), B(5 ; 1), C(4 ; 4). et D(1 ; 2).

1. Figure :



2. Les coordonnées du milieu de la diagonale [AC] sont $\left(3\,;\ \frac{3}{2}\right)$.
Les coordonnées du milieu de la diagonale [BD] sont $\left(3\,;\ \frac{3}{2}\right)$.
On trouve les même coordonnées, donc les deux diagonales ont le même milieu : ABCD est un **parallélogramme**.
3. (a) Puisque ADBE est un parallélogramme, les longueurs AD et BE sont égales, de même que DB et AE. On utilise alors un compas pour construire E en reportant les deux longueurs.

 (b) Puisque ABCD est un parallélogramme, les droites (AD) et (BC) sont parallèles.
 ADBE est un parallélogramme, donc les droites (AD) et (BE) sont parallèles.
 La droite (AD) est parallèle aux droites (BC) et (BE) donc ces deux droites (BC) et (BE) sont **parallèles**. Elles ont le points B en commun, donc elles sont **confondues**.
 On en déduit que les points B, C et E sont **alignés**.

 (c) On a de même $AD == BC$ et $AD = CE$ donc $BC = CE$.
 $BC = CE$ et ces points sont alignés, donc C est le milieu de [BE].

 (d) Les diagonales [AB] et [DE] du parallélogramme ADBE ont le même milieu, donc ont les mêmes coordonnées.
 Pour les abscisses : $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{x_D + x_E}{2}$
 donc $\frac{2+5}{2} = \frac{1+x_E}{2}$ d'où $\frac{7}{2} = \frac{1+x_E}{2}$. On en déduit $x_E = 6$.
 Pour les ordonnées : $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{y_D + y_E}{2}$
 donc $\frac{-1+1}{2} = \frac{2+y_E}{2}$ d'où $\frac{0}{2} = \frac{2+y_E}{2}$. On en déduit $y_E = -2$.
 E a pour coordonnées $\boxed{E(6\,;\ -2)}$.

 On peut aussi utiliser que C est le milieu de [BE] et calculer alors les coordonnées de E à partir de celles de B et de C.
 $x_C = \frac{x_B + x_E}{2}$ donc $5 = \frac{4 + x_E}{2}$ d'où $4 + x_E = 10$ et $x_E = 10 - 4 = 6$.
 $y_C = \frac{y_B + y_E}{2}$ donc $1 = \frac{4 + y_E}{2}$ d'où $4 + y_E = 2$ et $y_E = 2 - 4 = -2$.
 On en déduit $\boxed{\text{E(6 ; -2)}}$.

 (e) Les coordonnées du milieu de [CE] sont :
 $\frac{x_C + x_E}{2} = \frac{4+6}{2} = 5 = x_B$
 $\frac{y_C + y_E}{2} = \frac{4+(-2)}{2} = 1 = y_B$.
 $\boxed{\text{B est bien le milieu de [CE]}}$.