2nde : Probabilités

Table des matières

I Vocabulaire . . . 1
I.1 Expérience aléatoire . . . 1
I.2 Univers et éventualités . . . 1
I.3 Intersection, réunion . . . 2
I.4 Événement contraire . . . 2
II Probabilités . . . 2
II.1 Lois de probabilité . . . 2
II.2 Lien avec les fréquences . . . 2
III Calculs de probabilités . . . 2
IV Propriétés . . . 3

I Vocabulaire

I.1 Expérience aléatoire

Définition

On appelle expérience aléatoire une expérience liée au hasard, dont on connaît les résultats, mais dont on ne sait pas à l'avance lequel de ces résultats va survenir.

Exemple : on lance une pièce de monnaie. On sait que l'on va obtenir Pile ou Face.
Si l'on lance un dé, on va obtenir un entier entre 1 et 6.

I.2 Univers et éventualités

Définition

Lors d'une expérience aléatoire, on appelle univers, noté Ω, l'ensemble des résultats possibles, que l'on appelle éventualités.

Remarques

- Les sous-ensembles de Ω sont appelés événements.
- Les événements formés par un seul élément sont des événements élémentaires.
- Ω est l'événement certain.
- L'ensemble vide, $\emptyset$, est l'événement impossible.

Exemples

On lance un dé et on note le résultat de la face supérieure.
$\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$

« Obtenir un résultat pair » est un événement, constitué de trois éventualités.

« Obtenir un entier inférieur ou égal à 2 » est un événement élémentaire car il n'est constitué que de 2.

« Obtenir un multiple de 10 » est l'événement impossible.

I.3 Intersection, réunion

Définition

Soient deux événements A et B.

- On note $A \cap B$ l'intersection de A et de B, constituée des éventualités appartenant à A et à B.
- On note $A \cup B$ la réunion de A et de B, constituée des éventualités appartenant à A ou à B.

I.4 Événement contraire

Définition

On appelle événement contraire de A, noté $\overline{A}$, l'ensemble des éventualités de Ω qui ne sont pas dans A.
A et B sont incompatibles lorsque $A \cap B = \emptyset$?

II Probabilités

II.1 Lois de probabilité

Lors d'une expérience aléatoire, on cherche à mesurer le nombre de chance d'arrivées de chaque éventualité.

Définition

Soit $\Omega = \{a_1 \; ; \; a_2 \; ; \; \cdots a_n\}$ l'univers associé à une expérience aléatoire.
On définit une loi de probabilité sur Ω en choisissant des nombres p_1, p_2, $\ldots p_n$ tous compris entre 0 et 1, tels que $p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$.
p_i est la probabilité de l'événement élémentaire a_i.
La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.

Exemple : Pour un dé non truqué, on choisit $\frac{1}{6}$ comme probabilité de chaque face.
La probabilité d'avoir un résultat pair est $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

II.2 Lien avec les fréquences

Propriété

Si l'on effectue une expérience aléatoire n fois de suite dans les mÍmes conditions, la fréquence de réalisation d'un événement se stabilise lorsque n devient très grand et se rapproche d'un nombre fixe.
Comme modèle probabiliste, on prend comme probabilité pour chaque événement la limite des fréquences.

III Calculs de probabilités

Définition

On dit qu'on a équiprobabilité si tous les événements élémentaires ont la mÍme probabilité.

Propriété

Si l'on est dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A est :

$$p(\mathrm{A}) = \frac{\text{Nombre d'éléments de A}}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$$

Exemple : une classe de 35 élèves comprend 20 filles.
On choisit un élève au hasard et on note F l'événement « l'élève choisi est une fille ».
$p(F) = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$.

IV Propriétés

Propriétés

- Pour tout événement A : $0 \leqslant p(\mathrm{A}) \leqslant 1$
- $p(\Omega) = 1$; $p(\emptyset) = 0$
- Pour deux événements A et B : $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) - p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$
- Si A et sont incompatibles : $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B})$.
- $p(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - p(\mathrm{A})$