

Ensembles de nombres

Table des matières

I	Les entiers naturels	1
II	Entiers relatifs	1
III	Les décimaux	1
IV	Les rationnels	2
V	Les nombres réels :	2
VI	Visualisation des différents ensembles	3

I Les entiers naturels

Les nombres $0, 1, 2, \dots$ sont les entiers naturels. Ce sont les premiers nombres à avoir été utilisés. Ils servaient à compter les objets.

Le nombre 0 a été inventé plus tardivement par les Indiens, notamment pour ne pas se tromper en faisant des opérations (avant, on laissait une espace).

L'ensemble des entiers naturels est noté \mathbb{N} .

Remarque : ne pas confondre chiffres et nombres. Les chiffres sont les symboles écrits à l'aide desquels nous écrivons tous les nombres

II Entiers relatifs

L'ensemble des entiers relatifs est l'ensemble $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3; \dots$ Il est noté \mathbb{Z} .

III Les décimaux



Définition

On appelle nombre décimal tout nombre pouvant s'écrire comme le quotient d'un nombre entier par une puissance de 10.

x est décimal s'il existe a et n entiers relatifs tels que $x = \frac{a}{10^n}$.

Remarque : un nombre décimal écrit en notation décimale a une écriture ne comportant qu'un nombre fini de chiffres après la virgule.

L'ensemble des nombres décimaux est noté \mathbb{D} .

Exemples :

1,12 est décimal ; 6 est décimal.

Le nombre $\frac{1}{3} = 0,333\dots$ n'est pas un nombre décimal donc l'ensemble des décimaux ne contient pas tous les nombres.

IV Les rationnels



Définition

Un nombre rationnel (ou fraction) est un nombre qui peut s'écrire comme quotient de deux **entiers** relatifs.

Remarque : tout décimal est rationnel, mais la réciproque est fausse. (exemple : $\frac{1}{3}$ est rationnel, mais pas décimal.)



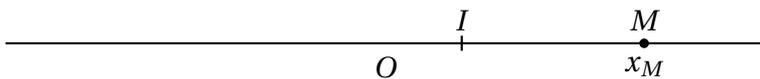
Propriété (admise)

Tout nombre rationnel se caractérise par une écriture décimale comportant un groupement décimal périodique. L'ensemble des rationnels est noté \mathbb{Q} .

Exercice : montrer que le nombre $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel.
L'ensemble des rationnels ne contient pas tous les nombres connus. Il faut un ensemble plus grand.

V Les nombres réels :

Tous les nombres que nous connaissons sont des **nombres réels**.
Chaque nombre réel est associé à un point unique d'une droite graduée et réciproquement : c'est l'abscisse de ce point. L'abscisse du point M se note x ou x_M .



Remarque étymologique :

Abscisse : Ce mot est emprunté au latin moderne abscissa (linea) qui signifie "ligne coupée" du latin abscissus, participe passé de abscidere (i.e. "couper"), de ab (à) et de caedere (ciseau).

Il semblerait que ce soit Leibniz qui, le premier, en 1692, introduisit ce mot (ainsi que les 2 autres mais sur ce point, les avis divergent puisque certains dictionnaires étymologiques attribuent la première utilisation de « ordonnée » à B. Pascal.). Newton utilise abscisse en 1686.

Notation : L'ensemble des nombres réels se note \mathbb{R} .

On a les inclusions suivantes : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Tout nombre appartenant à un ensemble appartient aux ensembles qui le contiennent (qui le suivent dans la liste ci-dessus)

Par exemple :

$$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \text{ mais } \sqrt{2} \in \mathbb{R}$$

$$\pi \in \mathbb{R} \text{ mais } \pi \notin \mathbb{Q}$$

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q} \text{ mais } \frac{1}{3} \in \mathbb{D}$$

VI Visualisation des différents ensembles

