Correction du contrôle

I (5,5 points)

$A(x) = (2x+3)^2 = (2x)^2 + 2\times 2x\times 3 + 3^2 = \boxed{4x^2+12x+9}$.

$B(x) = (5x-7)^2 = (5x)^2 - 2\times 5x\times 7 + 7^2 = \boxed{25x^2-70x+49}$.

$$\begin{aligned}C(x) &= (4x+3)(7x+2)+(5x+2)(3x+8)\\ &= \left[28x^2+8x+21x+6\right]+\left[15x^2+40x+6x+16\right]\\ &= \left[28x^2+29x+6\right]+\left[15x^2+46x16\right]\\ &= \boxed{43x^2+75x+22}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D(x) &= (3x+7)(2x-3)-(3x+5)(9x-4)\\ &= \left[6x^2-9x+14x-21\right]-\left[27x^2-12x+45x-20\right]\\ &= \left[6x^2+5x-21\right]-\left[27x^2+33x-20\right]\\ &= 6x^2+5x-21-27x^2-33x+20\\ &= \boxed{-21x^2-28x-1}\end{aligned}$$

II (4,5 points)

$A(x) = 7+\dfrac{3}{x-5}$; la valeur interdite est 5, car $x-5=0$ pour $x=5$.

Pour $x\neq 5$, $A(x) = 7+\dfrac{3}{x-5} = \dfrac{7(x-5)+3}{x-5} = \dfrac{7x-35+3}{x-5}$

$= \boxed{\dfrac{7x-32}{x-5}}$

$B(x) = \dfrac{2x+3}{x-4}-\dfrac{7x+1}{2x+3}$.

$x-4=0$ donne $x=4$.

$2x+3=0$ donne $x=-\dfrac{3}{2}$.

Les valeurs interdites sont $-\dfrac{3}{2}$ et 4 ; l'ensemble de définition est $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{3}{2}\,;\,4\right\}$.

Pour $x\in\mathscr{D}$, $B(x) = \dfrac{2x+3}{x-4}-\dfrac{7x+1}{2x+3}$

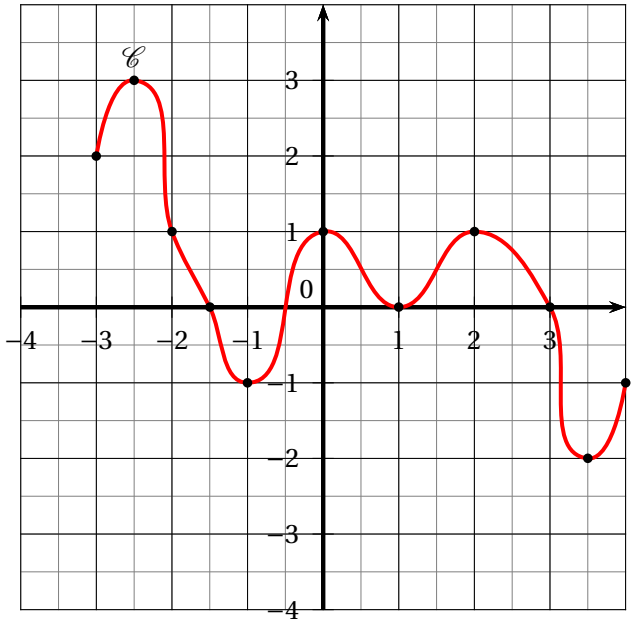
$= \dfrac{[2x+3](2x+3)-(7x+1)(x-4)}{(x-4)(2x+3)}$

$= \dfrac{4x^2+12x+9-\left(7x^2-28x+x-4\right)}{(x-4)(2x+3)}$

$= \dfrac{4x^2+12x+9-7x^2+27x+4}{(x-4)(2x+3)} = \boxed{\dfrac{-3x^2+39x+13}{(x-4)(2x+3)}}$

III (5 points)

Ci-dessous se trouve la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f. (les points marqués sont à coordonnées entières)



1. f est définie sur $[-3\,;\,4]$.
2. • $f(-3) = \rightarrow$
   • $f(-2) = \rightarrow$
   • $f(1) = \rightarrow$
3. • L'antécédent de 3 par f est -2,5.
   • Les antécédents de 0 par f sont-1,5, -9,5, 1 et 3.
   • -3 n'a pas d'antécédent.
   • Les antécédents de -1 sont -1 et environ 3,2

IV (5 points)

Soit la fonction $f : x\mapsto 2x^2+3$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. • $f(0) = \boxed{3}$
   • $f(2) = 2\times 2^2+3 = 2\times 4+3 = \boxed{11}$
   • $f(-5) = 2\times(-5)^2+3 = 2\times 25+3 = \boxed{53}$
   • $f\left(\sqrt{3}\right) = 2\times\sqrt{3}^2+3 = 2\times 3+3 = \boxed{9}$.
   • $f(2-\sqrt{3}) = 2\times(2-\sqrt{3})^2+3 = 2\left(4-4\sqrt{3}+3\right)+3 = 2\left(7-4\sqrt{3}\right)+3 = \boxed{17-8\sqrt{3}}$
2. • **Antécédents de 21** :
   On résout $f(x) = 21$ donc $2x^2+3 = 21$ qui donne $2x^2 = 18$ donc $x^2 = 9$ qui a pour solutions -3 et 3.
   $\boxed{\text{Les antécédents de 21 sont -3 et 3}}$.
   • **Antécédents de 3** :
   $f(x) = 3$ donne $2x^2+3 = 3$ donc $2x^2 = 0$ qui a pour solution $x = 0$.
   $\boxed{\text{L'antécédent de 3 par } f \text{ est 0}}$.
   • **Antécédents de 7** :
   $f(x) = 7$ s'écrit $2x^2+3 = 7$ d'où $2x^2 = 4$, soit $x^2 = 2$ qui a pour solutions $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$..
   $\boxed{\text{Les antécédents de 7 par } f \text{ sont } -\sqrt{2} \text{ et } \sqrt{2}}$.
   • **Antécédents de 0** :
   $f(x) = 0$ s'écrit $2x^2+3 = 0$ donc $2x^2 = -3$ qui n'a pas de solutions car $2x^2\geqslant 0$ et $-3<0$.
   $\boxed{\text{0 n'a pas d'antécédent par } f}$.