2nde : devoir sur feuille n° 3

I

Résoudre les équations suivantes :

a) $(x-1)(2+x)+(x+5)(1-x)=0.$

b) $(x+3)^2 = x+3$

c) $\dfrac{x^2+x+1}{2x-3} = \dfrac{1}{2}$

d) $\dfrac{2}{3x-1} - \dfrac{3x}{3x+1} = \dfrac{4}{9x^2-1} - 1$

II

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $x < \dfrac{1}{x}$
2. $\dfrac{1}{x-2} < \dfrac{2}{x+3}$

III

Une casserole cylindrique a un diamètre de 18 cm. Sa contenance est être 2 et 3 litres.
En déduire un encadrement de sa hauteur.

IV

Le tableau suivant résume les résultats obtenus par la classe de seconde C d'un lycée lors d'un devoir de mathématiques.

Notes	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	17	18
Effectifs	1	2	1	3	3	5	6	4	2	1	2	2	1

1. Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ? Déterminer l'étendue de la série de notes.
2. Quel est le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note inférieure ou égale à 8 ?
3. Déterminer la moyenne, la médiane et les quartiles de la série de notes en utilisant la calculatrice.
4. Sans utiliser la calculatrice, expliquer comment on peut retrouver la médiane.
5. Ce devoir était le quatrième du trimestre. Tous les devoirs ont le même coefficient et jusqu'alors Bastien avait 9 de moyenne ; après ce devoir, il a 9,5 de moyenne. Quelle note a-t-il obtenu à ce devoir ?
6. Dans le lycée, les trois autres classes de seconde ont effectué le même devoir. Les moyennes par classe obtenues sont les suivantes :

Classes	Seconde A	Seconde B	Seconde C	Seconde D
Moyennes de chaque classe	8	11		8,5
Effectifs de chaque classe	34	n		32

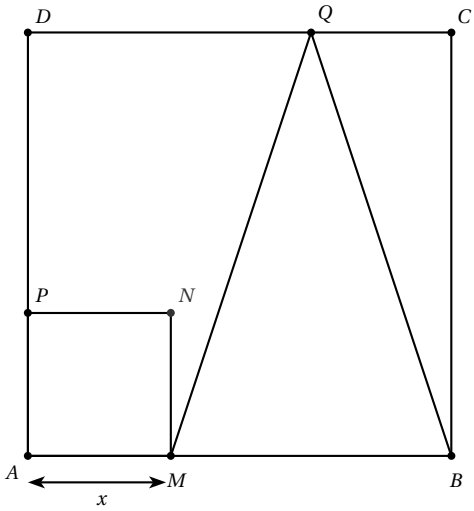
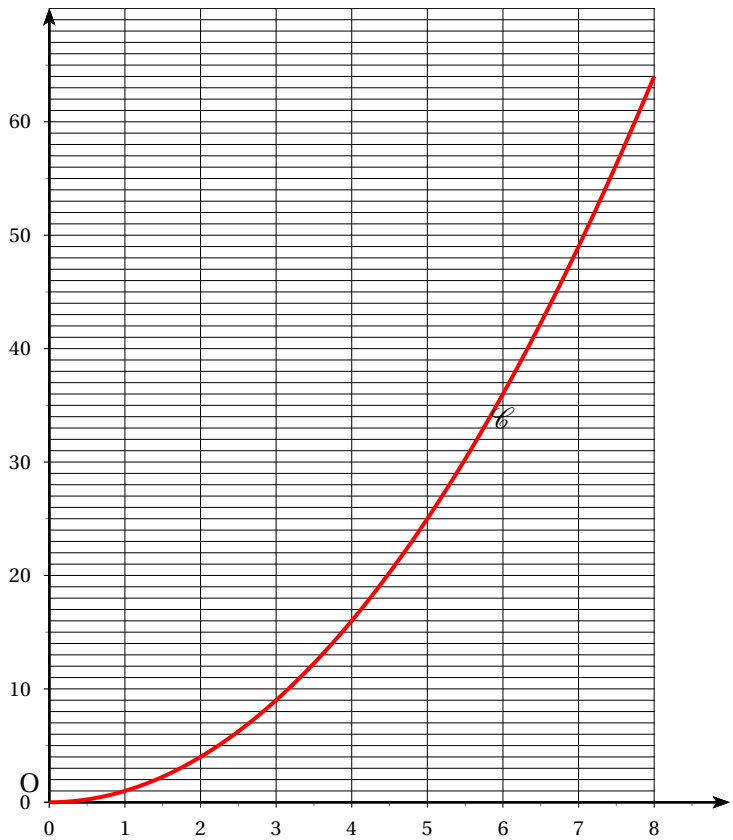
   Sachant que la moyenne du lycée est de 9,28, calculer le nombre d'élèves n de la seconde B.
7. On effectue un regroupement en classes des notes des élèves de seconde C. Compléter le tableau suivant :

Notes	[0 ; 5 [	[5 ; 8 [	[8 ; 10 [	[10 ; 12 [	[12 ; 15 [	[15 ; 20]
Effectifs						

8. Calculer la moyenne des notes à partir du tableau précédent. Que remarque t-on ? (on utilisera les milieux de chaque intervalle)

V

ABCD est un carré de côté 8 cm.
M est un point quelconque du côté [AB].
P est le point du segment [AD] tel que AMNP soit un carré.
Q est le point du côté [CD] tel que MBQ est un triangle isocèle en Q.
On veut connaître les positions du point M pour lesquelles l'aire du carré AMNP est supérieure ou égale à l'aire du triangle MBQ.



1. On pose A$M = x$.
   ¿ quel intervalle appartient ce nombre x ? Justifier.
2. (a) Exprimer l'aire de AMNP en fonction de x.
   (b) Exprimer l'aire de MBQ en fonction de x.
   (c) Montrer que le problème posé revient à résoudre l'inéquation $x^2 \geqslant 4(8-x)$.
3. On se propose de résoudre graphiquement cette inéquation, à l'aide de la courbe $\mathscr{C}$ ci-contre qui représente la fonction carré
   $f : x \mapsto x^2$.
   (a) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
   $$g(x) = 4(8-x).$$
   Quelle est la nature de la fonction g ?
   (b) Représenter sur le graphique ci-joint la fonction g.
   (c) En déduire (par lecture graphique) l'ensemble des solutions de l'inéquation, en expliquant la méthode utilisée.
4. (a) Montrer que, pour tout réel x,
   $$x^2 - 4(8-x) = (x-4)(x+8).$$
   On pourra développer chacune de ces deux expressions.
   (b) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 \geqslant 4(8-x)$ (résolution algébrique).
   (c) Quelles sont alors les positions du point M telles que l'aire du carré soit supérieure à l'aire du triangle ?