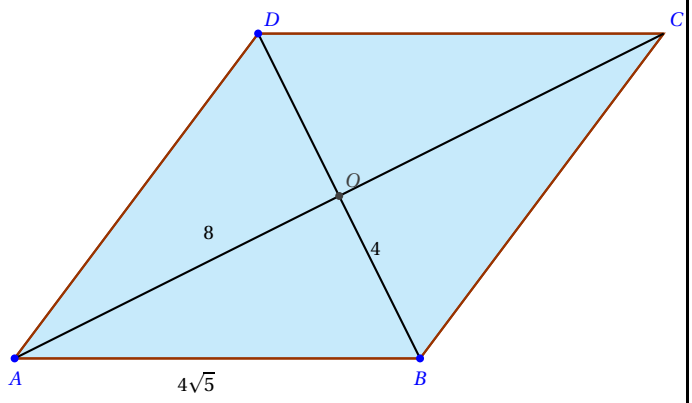
2^{2nde} : devoir sur feuille

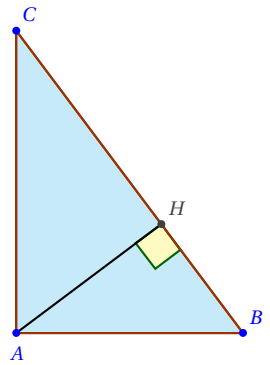
I

Le parallélogramme $ABCD$ ci-dessous est-il un losange ?
(On a $AB = 4\sqrt{5}$, $AO = 8$ et $OB = 4$)



II

ABC est rectangle en A ; $AB = 3$; $AC = 4$; H est le pied de la hauteur du triangle ABC issue de A.



1. Calculer la longueur BC.
2. Calculer la longueur AH. (indication : utiliser l'aire du triangle ABC)

III

Les côtés d'un triangle IJK ont pour longueurs :
$IJ = 3 + 2\sqrt{5}$; $JK = \sqrt{78}$ et $IK = 3\sqrt{5} - 2$.
Que peut-on dire de ce triangle ?

IV Rectangle d'or

$ABCD$ est un carré de côté a ; I est le milieu de $[CD]$.

1. Tracer le cercle de centre I et de rayon IB ; il coupe la droite (DC) en E. Placer E.
2. Construire alors la point F tel que $ADEF$ soit un rectangle.
3. Calculer le nombre φ, quotient de la longueur par la largeur du rectangle $ADEF$; montrer que $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. ($\varphi$ est une lettre grecque, qui se lit « phi »)
   Ce nombre a été appelé nombre d'or par les Grecs.
4. Montrer que $\varphi^2 = \varphi + 1$.
5. En déduire que $\dfrac{1}{\varphi} = \varphi - 1$.
6. Chercher à quoi a servi ce nombre d'or ailleurs qu'en mathématiques.

V

ABC est un triangle isocèle en A. Le cercle $\mathscr{C}$, de diamètre [AB], coupe [BC] en D et [AC] en E. La perpendiculaire è (AB) passant par C coupe la droite (BE) en F.
Objectif : Démontrer que A, D et F sont alignés, et que (AF) est la médiatrice de [BC].

1. Faire une figure.
2. (a) Quelle est la nature des triangles AEB et ADB ?
   (b) Pourquoi peut-on affirmer que F est l'orthocentre du triangle ABC ?
   (c) Pourquoi peut-on affirmer que (AD) est la médiatrice de [BC] ?
3. (a) Montrer que (AF) et (BC) sont perpendiculaires.
   (b) En déduire que A, D, et F sont alignés, puis que (AF) est médiatrice de [BC].