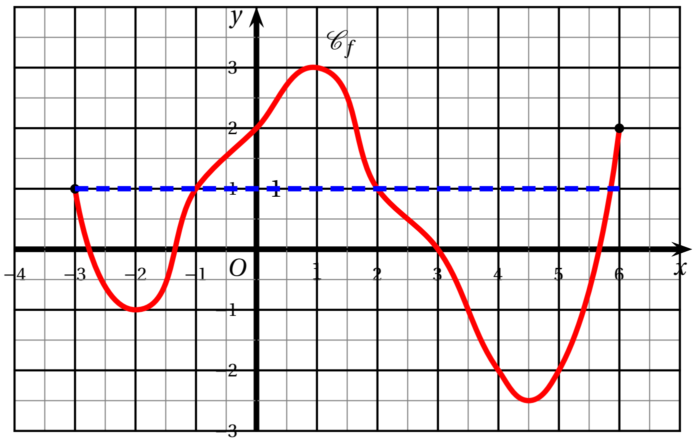
# 2nde : correction du devoir sur feuille nº 1

## I

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle [-3 ; 6], dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.



1. Le maximum de $f$ sur [-3 ; 6] est 3. Il est atteint pour $x = 1$.
2. Le minimum de $f$ sur [-3 ; 6] est $\boxed{-2,5}$. Il est atteint pour $\boxed{x = 4,5}$.
3. Tableau de variation de $f$ sur [-3 ; 6] :

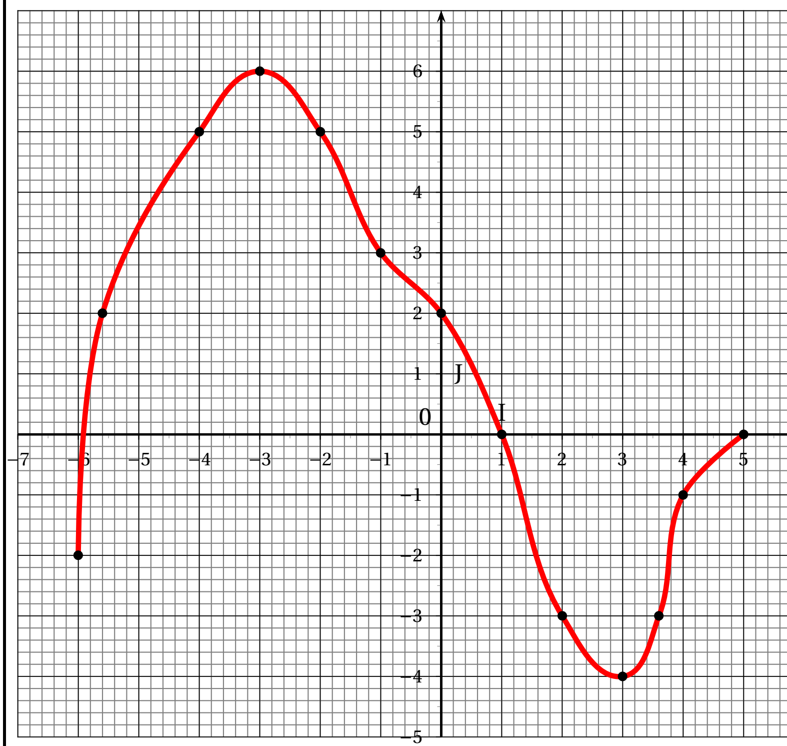
| $x$ | $-3$ | $-2$ | $1$ | $4,5$ | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $1$ ↘ | $-1$ ↗ | $3$ ↘ | $-2,5$ ↗ | $2$ |

4. On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses dont les points ont une ordonnée égale à 1. Les solutions d l'équation $f(x) = 1$ sont les abscisses des points d'intersection de cette droite avec la courbe $\mathscr{C}$. On trouve quatre solutions : $\boxed{\mathscr{S} = \{-3 ; -1 ; 2 ; 5,8\}}$
5. On procède de même pour résoudre l'équation $f(x) = 2$.

   On trouve $\boxed{\mathscr{S} = \{0 ; 1,7 ; 6\}}$.
6. Le maximum de la fonction étant 3, l'équation $f(x) = 4$ n'a pas de solution : $\boxed{\mathscr{S} = \emptyset}$

## II

Soit la fonction $f$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est données ci-dessous.



1. L'ensemble de définition de $f$ est $\boxed{\mathscr{D} = [-6 ; 5]}$.
2. 
   - $\boxed{f(-5) = 3,4}$
   - $\boxed{f(-3) = 6}$
   - $\boxed{f(0) = 2}$
   - $\boxed{f(2) = -3}$
   - $\boxed{f(4) = -1}$

   .
3. 
   - Les antécédents de -2 sont approximativement $\boxed{-6}$ , $\boxed{1,6}$ et $\boxed{3,8}$.
   - Les antécédents de 0 sont approximativement $-\boxed{-5,9}$, $\boxed{1}$ et $\boxed{5}$.
   - 6,5 n'a **pas d'antécédent** car le maximum de $f$ sur [-6 ; 5] est 6.
   - Les antécédents de 3 sont approximativement $\boxed{-5,2}$ et $\boxed{-1}$.
4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 4$ revient à trouver les antécédents de 4.
   On trouve $\boxed{\mathscr{S} = \{-4,6 ; -1,5\}}$.
5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant -3$ revient à trouver les abscisses des points ayant une ordonnée inférieure ou égale à -3.
   On trouve $\boxed{\mathscr{S} = [2 ; 3,6]}$
6. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant -1$ est : $\boxed{\mathscr{S} = [-5,9 ; ; 1,4] \cup [14 ; 5]}$.
7. L'équation $f(x) = k$ admet trois solutions si, et seulement si, la droite parallèle à l'axe des abscisses et dont les points ont sur ordonnée $k$ coupe la courbe $\mathscr{C}$ en trois points. On a : $\boxed{\mathscr{S} = [-2 ; 0]}$.

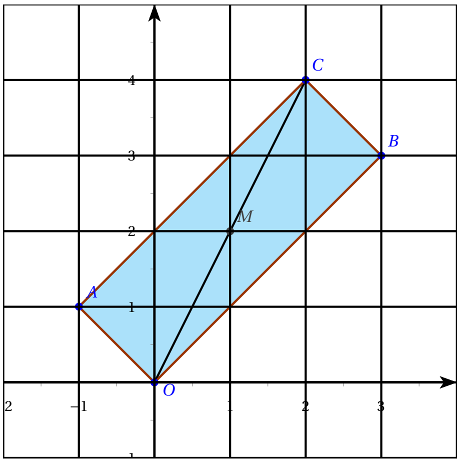
8. tableau de variation de la fonction $f$ :

| $x$ | $-6$ | | $-3$ | | $3$ | | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $mf(x)$ | $-2$ | $\nearrow$ | $6$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $0$ |

## III

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O; I; J), on considère les points A(-1 ; 1), B(3 ; 3) et C(2 ; 4).

1. Figure :




2. Soit M le milieu de [OC].
$x_M = \dfrac{x_0 + x_C}{2} = \dfrac{x_C}{2} = \boxed{1}$ ; $y_M = \dfrac{y_O + y_C}{2} = \dfrac{y_C}{2} = \boxed{2}$.
Donc $\boxed{\text{M(1 ; 2)}}$.
Soit M' le milieu de [AB] ; $x_{M'} = \dfrac{x_1 + x_B}{2} = \dfrac{-1+3}{2} = \boxed{1}$ ert $y_{M'} = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{1+3}{2} = \boxed{2}$ donc $\boxed{M'(1\,;\,2)}$.
3. M et M' ont les mêmes coordonnées, donc $\boxed{\text{M = M'}}$ ; les diagonales du quadrillent !re OACB ont le même milieu : c'est un **parallélogramme**.
4. • $OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \boxed{\sqrt{2}}$.
   • $OC = \sqrt{(x_C - x_O)^2 + (y_C - y_O)^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \boxed{\sqrt{20}}$.
   • $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2-(-1))^2 + (4-1)^2} = \sqrt{9+9} = \boxed{\sqrt{18}}$.
5. La plus grande longueur est OC
$OC^2 = 20$ ; $OA^2 + AC^2 = 2 + 18 = 20$ donc $OC^2 = OA^2 + AC^2$.
D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle OAC est **rectangle** en A.
6. Le parallélogramme OACB a donc un angle droit en A : c'est donc un **rectangle**.
$OA \neq OC$ donc ce n'est **pas un carré**.

## IV

Soit $ABC$ un triangle rectangle en $A$ tel que $AB = 8$ cm et $AC = 6$ cm. Soit $M$ un point quelconque appartenant au segment $[AC]$. On construit le rectangle $MNPQ$ tel que les quatre sommets appartiennent au triangle $ABC$ ( voir figure)
On pose $AM = x$.

1. $\boxed{x \in [0\,;\,6]}$.
2. On applique le théorème de Pythagore au triangle rectangle ABC : $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$ donc $\boxed{BC = \sqrt{100} = 10}$.
3. L'aire du triangle $ABC$ est $\mathscr{A}(ABC) = \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{8 \times 6}{2} = \boxed{24}$.
La même aire vaut $\mathscr{A}(ABC) = \dfrac{AH \times BC}{2} = 5AH$ donc $\boxed{AH = \dfrac{24}{5}}$.
4. Dans le triangle ABC, les droites $(MQ)$ et $(BC)$ sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{MQ}{BC}$ dpnc $MQ = \dfrac{AM}{AC} \times BC = \dfrac{x}{6} \times 10 = \boxed{\dfrac{5}{3}x}$.
De même, on applique le théorème Thalès au triangle rectangle AHB :
$\dfrac{CM}{CA} = \dfrac{MN}{AH}$ donc $MN = \dfrac{CM}{CA} \times AH = \dfrac{6-x}{6} \times \dfrac{24}{5} = \boxed{\dfrac{4(6-x)}{5}}$.
Les côtés du rectangle mesurent donc $\dfrac{5}{3}x$ et $\dfrac{4(6-x)}{5}$.
5. L'aire du rectangle est donc $\mathscr{A} = MN \times MQ = \dfrac{4(6-x)}{5} \times \dfrac{5}{3}x = \dfrac{4x(6-x)}{3} = \dfrac{24x - 4x^2}{3} = \boxed{8x - \dfrac{4}{3}x^2}$.
6. Calculons l'aire ce rectangle si $x = 3$.
$\mathscr{A} = 8 \times 3 - \dfrac{4}{3} \times 3^2 = 24 - 12 = \boxed{12}$.
7. Déterminons $x$ pour que $MNPQ$ soit un carré.
Il faut que les deux cotés du rectangle soient de même longueur. on doit avoir $\dfrac{4(6-x)}{5} = \dfrac{5}{3}x$.
On en déduit, en calculant les produits en croix que :
$3 \times 4(6-x) = 5 \times 5x$ donc $12(6-x) = 25x$ sui donne $72 - 12x = 25x$ donc $72 = 37x$ d'où $\boxed{x = \dfrac{72}{37}}$.