

Développement d'une expression algébrique

I Développements avec la distributivité



Définition

Développer une expression algébrique consiste à la transformer en retirant les « enveloppes », c'est-à-dire les parenthèses.



Propriété fondamentale (distributivité)

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

Exemple : $2(3x - 7) = 2 \times 3x + 2 \times (-7) = 6x - 14$

$2(x + 3) = 2 \times x + 2 \times 3 = 2x + 6$

On en déduit le développement suivant : (double distributivité)

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d = ac + ad + bc + bd$$

Démonstration : $(a + b)(c + d) = (a + b)c + (a + b)d = ac + bc + ad + bd = ac + ad + bc + bd$

Remarque Quand on a des signes -, on développe comme ci-dessus et on tient compte de la règle des signes : (car $a - b = a + (-b)$)

- $(a - b)(c + d) = a \times c + a \times d + (-b) \times c + (-b) \times d = ac + ad - bc - bd$
- $(a + b)(c - d) = a \times c + a \times (-d) + b \times c + b \times (-d) = ac - ad + bc - bd$
- $(a - b)(c - d) = a \times c + a \times (-d) + (-b) \times c + (-b) \times (-d) = ac - ad - bc + bd$

Exemple : développer $A(x) = (2x - 3)(3x - 5)$

$$(2x - 3)(3x - 5)$$

$$A(x) = (2x - 3)(3x - 5)$$

$$A(x) = 2x \times 3x + 2x \times (-5) + (-3) \times 3x + (-3) \times (-5)$$

$$A(x) = 6x^2 + (-10x) + (-9x) + 15$$

$$A(x) = 6x^2 - 19x + 15$$

On peut directement appliquer la règle des signes :

$$A(x) = (2x - 3)(3x - 5) = 2x \times 3x - 2x \times 5 - 3 \times 3x + 3 \times 5 = 6x^2 - 10x - 9x + 15 = \boxed{6x^2 - 19x + 15}$$

II Identités remarquables



Propriété

Il y a trois développements particuliers que l'on retrouve sans arrêt au lycée, qu'on appelle identités remarquables :

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Démonstration :

- $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a \times a - a \times b - b \times a + b \times b = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a \times a - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

Exemples :

$$A = (2x + 3)^2 = (a + b)^2 \text{ avec } \begin{cases} a = 2x \\ b = 3 \end{cases}$$
$$= a^2 + 2ab + b^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = \boxed{4x^2 + 6x + 9}$$

$$B = (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 = (a - b)^2 \text{ avec } \begin{cases} a = \sqrt{7} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}$$
$$= a^2 - b^2 = \sqrt{7}^2 - \sqrt{3}^2 = 7 + 3 = \boxed{4}$$

$$C = (7x + 5)(7x - 5) = (a + b)(a - b) \text{ avec } \begin{cases} a = 7x \\ b = 5 \end{cases}$$
$$= a^2 - b^2 = (7x)^2 - 5^2 = \boxed{49x^2 - 25}$$

III Vidéos explicatives

Cliquer sur les titres :

- [Distributivité, identités remarquables](#)
- [Comment développer une expression](#)
- [Appliquer des identités remarquables \(début de la vidéo\)](#)