2^{nde}: correction du TDnº 4

Exercice I

On donne ci-dessous, le tableau de variations d'une fonction :

х	-9	5	10
f(x)	-6	2	-14

Sur [-6; 10], f n'est pas monotone, donc on ne peut pas utiliser le sens de variation de f.

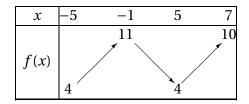
Mais, d'après le tableau de variations, f(10) = -14 et comme $-6 \in [-9; 3]$, alors -6 < f(-6) < 2.

On en déduit que f(-6) > f(10).

En effet, f(-6) est un nombre compris entre -6 et 2, il sera donc supérieur à f(10) = -14.

Exercice II

On donne ci-dessous, le tableau de variations d'une fonction f.



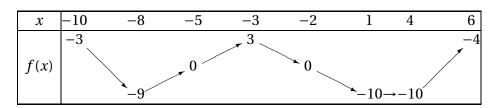
- Comme $-3 \in [-5; -1]$, alors 4 < f(-3) < 11.
- Comme $6 \in [5; 7]$, alors 4 < f(6) < 10.

Ces deux encadrements ne permettent pas de comparer f(-3) et f(6).

Ainsi ne peut-on pas comparer f(-3) et f(6).

Exercice III

Une fonction f a pour tableau de variation :



La flèche horizontale signifie que la fonction est constante sur l'intervalle [1; 4].

- 1) À partir du tableau de variation ci-dessous, recopier et compléter les égalités ou inégalités suivantes en justifiant :
 - (a) f(-1,9) > f(-0,2) car -1,9 < -0,2 et ces deux nombres appartiennent à [-3;1], intervalle sur lequel f est décroissante.
 - (b) f(-6,9) < f(-4,7) car -6,9 < -4,7 et f est croissante sur [-8;-3], intervalle auxquels appartiennent -6,9 et -4,7.
 - (c) f(1,7) = f(3,1) car 1,7 < 3,1 et f est constante

sur [1; 4].

2) -9,5 et -8,5 appartiennent à l'intervalle [-10; -8]. Sur cet intervalle, f est décroissante donc renverse l'ordre.

$$-9.5 < -8.5$$
 donc $f(-9.5) > f(-8.5)$.

- 3) On ne peut pas comparer f(-6,5) et f(-4,7) car la fonction f n'est pas monotone (elle change de sens de variation) sur [-6,5;-4,7].
- 4) f(-4,4) > f(4,2) car d'après le signe de la fonction f(-4,4) > 0 et f(4,2) < 0

Exercice IV

On suppose le plan muni d'un repère (O; I; J).

Dans chacun des cas, déterminez les coordonnées du milieu du segment dont les extrémités sont fournies :

a)
$$A(2; 3)$$
 et $B(5; -1)$

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) \text{ donc } M\left(\frac{2+5}{2}; \frac{3+(-1)}{2}\right) : M\left(\frac{7}{2}; 1\right)$$

b)
$$C(-1; -2)$$
 et $D(-4; 3)$

$$M\left(\frac{x_C + x_D}{2}; \frac{y_C + y_D}{2}\right) \text{donc } M\left(\frac{-1 + (-4)}{2}; \frac{-2 + 3}{2}\right) \text{donc } M\left(\frac{-5}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

c)
$$E\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$$
 et $F\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{5}\right) M\left(\frac{x_E + x_F}{2}; \frac{y_E + y_F}{2}\right)$

$$\frac{x_E + x_F}{2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{2} = \frac{\frac{3+4}{6}}{2} = \frac{\frac{7}{6}}{2} = \frac{7}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{x_E + x_F}{2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{2} = \frac{\frac{3+4}{6}}{2} = \frac{\frac{7}{6}}{2} = \frac{7}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{y_E + y_F}{2} = \frac{\frac{5}{4} + \left(-\frac{2}{5}\right)}{2} = \frac{\frac{25-8}{20}}{2} = \frac{\frac{17}{20}}{2} = \frac{17}{20} \times \frac{1}{2} = \frac{17}{40}.$$

Les coordonnées de M sont $M\left(\frac{7}{12}; \frac{17}{40}\right)$

Les coordonnées de *I* sont (1 ; 0) et celles de *J* sont (0 ; 1).

Le milieu
$$M$$
 de $[IJ]$ est $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Exercice V

Soit (O; I; J) un repère.

On considère les points A(2; 1), B(7; -1), C(6; 3) et D(15).

On note M le milieu de la diagonale [AC] et M' le milieu de la diagonale [BD].

1) •
$$M\left(\frac{2+6}{2}; \frac{1+3}{2}\right) \text{donc} \left[\frac{M(4; 2)}{2}\right]$$

•
$$M'\left(\frac{7+1}{2}; \frac{-1+5}{2}\right)$$
 donc $M'(4; 2)$.

2) M et M' ont les mêmes coordonnées donc M = M'.

Les diagonale du quadrilatère, ABCD ont le même milieu : c'est un parallélogramme.

Figure (non demandée):

