

2^{nde} : correction du TDn° 4

Exercice I

On donne ci-dessous, le tableau de variations d'une fonction :

x	-9	5	10
$f(x)$	-6	2	-14

Sur $[-6 ; 10]$, f n'est pas monotone, donc on ne peut pas utiliser le sens de variation de f .

Mais, d'après le tableau de variations, $f(10) = -14$ et comme $-6 \in [-9 ; 3]$, alors $-6 < f(-6) < 2$.

On en déduit que $f(-6) > f(10)$.

En effet, $f(-6)$ est un nombre compris entre -6 et 2, il sera donc supérieur à $f(10) = -14$.

Exercice II

On donne ci-dessous, le tableau de variations d'une fonction f .

x	-5	-1	5	7
$f(x)$	4	11	4	10

• Comme $-3 \in [-5 ; -1]$, alors $4 < f(-3) < 11$.

• Comme $6 \in [5 ; 7]$, alors $4 < f(6) < 10$.

Ces deux encadrements ne permettent pas de comparer $f(-3)$ et $f(6)$.

Ainsi ne peut-on pas comparer $f(-3)$ et $f(6)$.

Exercice III

Une fonction f a pour tableau de variation :

x	-10	-8	-5	-3	-2	1	4	6
$f(x)$	-3	-9	0	3	0	-10	-10	-4

La flèche horizontale signifie que la fonction est constante sur l'intervalle $[1 ; 4]$.

1) À partir du tableau de variation ci-dessous, recopier et compléter les égalités ou inégalités suivantes en justifiant :

- $f(-1,9) > f(-0,2)$ car $-1,9 < -0,2$ et ces deux nombres appartiennent à $[-3 ; 1]$, intervalle sur lequel f est décroissante.
- $f(-6,9) < f(-4,7)$ car $-6,9 < -4,7$ et f est croissante sur $[-8 ; -3]$, intervalle auxquels appartiennent -6,9 et -4,7.
- $f(1,7) = f(3,1)$ car $1,7 < 3,1$ et f est constante

sur $[1 ; 4]$.

- 9,5 et -8,5 appartiennent à l'intervalle $[-10 ; -8]$. Sur cet intervalle, f est décroissante donc renverse l'ordre.
 $-9,5 < -8,5$ donc $f(-9,5) > f(-8,5)$.
- On ne peut pas comparer $f(-6,5)$ et $f(-4,7)$ car la fonction f n'est pas monotone (elle change de sens de variation) sur $[-6,5 ; -4,7]$.
- $f(-4,4) > f(4,2)$ car d'après le signe de la fonction $f(-4,4) > 0$ et $f(4,2) < 0$

Exercice IV

On suppose le plan muni d'un repère $(O; I; J)$.

Dans chacun des cas, déterminez les coordonnées du milieu du segment dont les extrémités sont fournies :

a) $A(2; 3)$ et $B(5; -1)$

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) \text{ donc } M\left(\frac{2+5}{2}; \frac{3+(-1)}{2}\right) : \boxed{M\left(\frac{7}{2}; 1\right)}$$

b) $C(-1; -2)$ et $D(-4; 3)$

$$M\left(\frac{x_C + x_D}{2}; \frac{y_C + y_D}{2}\right) \text{ donc } M\left(\frac{-1+(-4)}{2}; \frac{-2+3}{2}\right) \text{ donc } \boxed{M\left(-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)}$$

c) $E\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$ et $F\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{5}\right)$ $M\left(\frac{x_E + x_F}{2}; \frac{y_E + y_F}{2}\right)$

$$\frac{x_E + x_F}{2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{2} = \frac{\frac{3+4}{6}}{2} = \frac{\frac{7}{6}}{2} = \frac{7}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$
$$\frac{y_E + y_F}{2} = \frac{\frac{5}{4} + \left(-\frac{2}{5}\right)}{2} = \frac{\frac{25-8}{20}}{2} = \frac{\frac{17}{20}}{2} = \frac{17}{20} \times \frac{1}{2} = \frac{17}{40}.$$

Les coordonnées de M sont $\boxed{M\left(\frac{7}{12}; \frac{17}{40}\right)}$

d) I et J

Les coordonnées de I sont $(1; 0)$ et celles de J sont $(0; 1)$.

Le milieu M de $[IJ]$ est $\boxed{M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)}$.

Exercice V

Soit $(O; I; J)$ un repère.

On considère les points $A(2; 1)$, $B(7; -1)$, $C(6; 3)$ et $D(15)$.

On note M le milieu de la diagonale $[AC]$ et M' le milieu de la diagonale $[BD]$.

1) • $M\left(\frac{2+6}{2}; \frac{1+3}{2}\right)$ donc $\boxed{M(4; 2)}$

• $M'\left(\frac{7+1}{2}; \frac{-1+5}{2}\right)$ donc $M'(4; 2)$.

2) M et M' ont les mêmes coordonnées donc $M = M'$.

Les diagonales du quadrilatère, $ABCD$ ont le même milieu : c'est un parallélogramme.

Figure (non demandée) :

