

correction du TD n° 18 sur les équations

Exercice I

Trouver l'erreur dans la résolution suivante.
On ne demande pas de résoudre l'équation.

1) Carine doit résoudre l'équation suivante : $-9v + 5 = 7 + 7v$.

Voilà ce qu'elle écrit :

Étape 1 : $-9v - 7v + 5 = 7$: **exact** en soustrayant $7v$ de chaque côté.

Étape 2 : $-9v - 7v = 7 + 5$ **faux** : il faut soustraire 5 de chaque côté!

D'où $-9v - 7v = 7 - 5$

Étape 3 : $-16v = 7 - 5$

Étape 4 : $v = \frac{7-5}{-16}$

Étape 5 : $v = \frac{2}{-16} = -\frac{1}{8}$

2) Rémi doit résoudre l'équation suivante : $-8v - 8 = 4v - 9$.

Voilà ce qu'il écrit :

Étape 1 : $-8v = 4v - 9 + 8$ **exact** en ajoutant 8 de chaque côté.

Étape 2 : $-8v + 4v = -9 + 8$ **faux** car il faut soustraire $4v$ de chaque côté donc :

$-12v - 4v = -9 + 8$

Étape 3 : $-12v = -9 + 8$

Étape 4 : $v = \frac{-9+8}{-12}$

Étape 5 : $v = \frac{-1}{-12} = \frac{1}{12}$

3) Dalila doit résoudre l'équation suivante : $4x - 4 = 3x + 4$.

Voilà ce qu'elle écrit :

Étape 1 : $4x = 3x + 4 + 4$ **exact** en ajoutant 4 de chaque côté

Étape 2 : $4x - 3x = 4 + 4$ **exact** en soustrayant $3x$ de chaque côté

Étape 3 : $1x = 4 + 4$ **exact** en calculant $4x - 3x$

Étape 4 : $x = 4 + 4 - 1$ **faux** car $1x \neq 1 + x$

Étape 5 : $x = 8$

Exercice II

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :
Rappel : le symbole \Leftrightarrow se lit « équivaut à »

1) $5x - 2 = 4 - 2x$

$\Leftrightarrow 5x + 2x - 2 = 4$

$\Leftrightarrow 5x + 2x = 4 + 2$

$\Leftrightarrow 7x = 6$

$\Leftrightarrow x = \frac{6}{7}$

2) $4(x - 6) = 3(2x + 3)$

$\Leftrightarrow 4x - 24 = 6x + 9$

$\Leftrightarrow 4x - 6x = 9 + 24$

$\Leftrightarrow -2x = 33$

$\Leftrightarrow x = \frac{33}{-2} = -\frac{33}{2}$

3) $\frac{x}{6} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}x - 1$

$\Leftrightarrow \frac{x}{6} - \frac{7}{12}x = -1 - \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{6} - \frac{7}{12}\right)x = -1 - \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{12} - \frac{7}{12}\right)x = -\frac{4}{4} - \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow -\frac{5}{12}x = -\frac{5}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-\frac{5}{4}}{-\frac{5}{12}}$

$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{4} \times \left(-\frac{12}{5}\right)$

$\Leftrightarrow x = \frac{\cancel{5} \times 3 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times \cancel{5}} = 3$

4) $5 - (4x - 9) = -3x + 8$

$\Leftrightarrow 5 - 4x + 9 = -3x + 8$

$\Leftrightarrow 14 - 4x = -3x + 8$

$\Leftrightarrow -4x + 3x = 8 - 14$

$\Leftrightarrow -x = -6$

$\Leftrightarrow x = 6$ (en divisant ou en multipliant chaque côté par -1)

Exercice III

Thomas a obtenu 11; 16; 9; 14; 12 aux cinq premiers contrôles de mathématiques.

- 1) Soit x la note qu'il doit obtenir au sixième contrôle pour avoir 12 de moyenne.

On doit avoir :

$$\frac{11 + 16 + 9 + 14 + 12 + x}{6} = 12$$

2) **Résolution :** $\frac{11 + 16 + 9 + 14 + 12 + x}{6} = 12$

$$\Leftrightarrow \frac{x + 62}{6} = 12$$

$$\Leftrightarrow x + 62 = 6 \times 12 = 72$$

$$\Leftrightarrow x = 72 - 62 = 10.$$

Il aura 12 de moyenne s'il a 10 à son sixième contrôle.

Exercice IV

On retranche un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{23}{38}$.

Quel est ce nombre sachant que l'on obtient l'inverse de la fraction initiale ?

Soit x le nombre cherché.

Le problème se traduit par :

$$\frac{23 - x}{38 - x} = \frac{38}{23}$$

$$\Leftrightarrow 23(23 - x) = 38(38 - x)$$

$$\Leftrightarrow 23^2 - 23x = 38^2 - 38x$$

$$\Leftrightarrow -23x + 38x = 38^2 - 23^2$$

$$\Leftrightarrow 15x = 1444 - 529 = 915$$

$$x = \frac{915}{15} = \boxed{61}.$$

Exercice V

Dans une salle de spectacle de 2 150 places, le prix d'entrée pour un adulte est 15,60 € et, pour un enfant, il est de 9,30 €.

Le spectacle de ce soir s'est déroulé devant une salle pleine et la recette est de 29 678,10 €.

Combien d'adultes y avait-il dans la salle ?

Notons x le nombre d'adultes.

Le nombre d'enfants est alors $2\,150 - x$.

La recette est donc : $15,6x + (2\,150 - x) \times 9,3$.

On en déduit l'équation :

$$15,6x + (2\,150 - x) \times 9,3 = 29\,678,10$$

$$\Leftrightarrow 15,6x + 2\,150 \times 9,3 - 9,3x = 29\,678,10$$

$$\Leftrightarrow 15,6x - 9,3x = 29\,678,10 - 19\,995$$

$$\Leftrightarrow 6,3x = 9\,683,1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9\,683,1}{6,3} = \boxed{1\,537}.$$

Il y avait 1 537 adultes (et donc 613 enfants).

Exercice VI

Marina et Manon choisissent un même nombre. Marina lui ajoute 6 puis multiplie le résultat par 14 alors que Manon lui ajoute 5 puis multiplie le résultat par 7.

Marina et Manon obtiennent le même résultat.

Soit x le nombre commun choisi par les deux filles.

On obtient :

$$(x + 6) \times 14 = (x + 5) \times 7$$

$$\Leftrightarrow 14x + 84 = 7x + 35$$

$$\Leftrightarrow 14x - 7x = 35 - 84$$

$$\Leftrightarrow 7x = -49$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = -7}.$$

Le nombre choisi par les deux filles est -7.

Exercice VII

Résoudre les équations :

- 1) $(3x - 7)(x + 5) = 0$ Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un des vecteurs est nul.

- Premier cas : $3x - 7 = 0 \Leftrightarrow 3x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$

- Deuxième cas : $x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \left\{ -5; \frac{7}{3} \right\}$

- 2) $(2x + 9)(3x - 5) = 0$

- Premier cas : $2x + 9 = 0 \Leftrightarrow 2x = -9 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{2}$

- $3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

$\mathcal{S} = \left\{ -\frac{9}{2}; \frac{5}{3} \right\}$