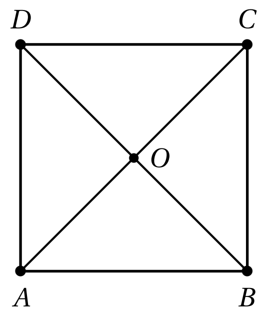
2^{nde} : correction de AP n° 5 (vecteurs)

Exercice I

$ABCD$ est un carré de centre O.



a) $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$: faux, car ces deux vecteurs sont de sens contraires.

b) $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$: vrai

c) $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC}$: vrai car $-\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CO}$

d) $OA = OC$: vrai car O est le milieu de la diagonale $[AC]$.

e) $OA = -OC$ faux car OA est un nombre positif et $-OC$ est négatif.

f) $CO = OA$: vrai

Exercice II

Recopier et compléter par des noms de points :

a) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BC}$

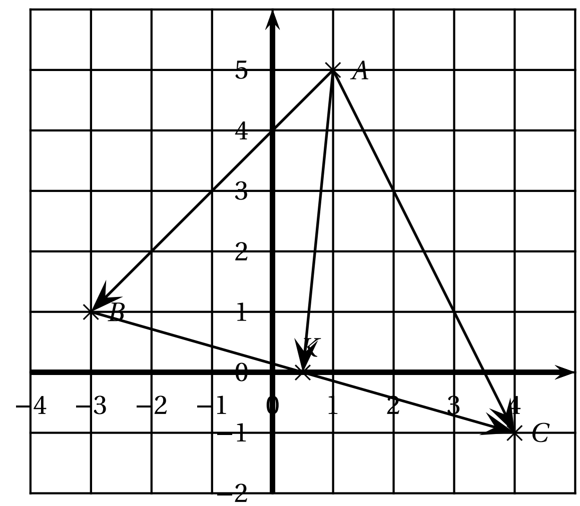
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{OP}$

d) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MG} = \overrightarrow{AG}$

Exercice III

$(O\,;\,I\,;\,J)$ est un repère du plan ; on considère les points A(1 ; 5), B(-3 ; 1), C(4 ; -1) ; K est le milieu de [BC].



1) Placer les quatre points A, B, C et K dans le repère.

2) • $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3-1\\1-5\end{pmatrix}$ donc $(-4, -4)$

• $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}$.

• $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$

• $K\left(\dfrac{1}{2}\,;\,0\right)$; $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{2}\\-5\end{pmatrix}$

Exercice IV

Dans un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$, on considère les points $A(1\,;\,1)$, $B(10\,;\,-2)$ et $C(14\,;\,10)$.

1) • $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}9\\-3\end{pmatrix}$

• $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}4\\12\end{pmatrix}$

• $\overrightarrow{AC}(13\,;\,9)$

2) • $AB = \sqrt{9^2 + (-3)^2} = \sqrt{81+9} = \sqrt{90}$

• $BC = \sqrt{4^2 + 12^2} = \sqrt{16+144 = 160}$

• $AC = \sqrt{13^2 + (-9)^2} = \sqrt{169+81} = \sqrt{250}$

3) $AC^2 = 250$; $AB^2 + BC^2 = 160 + 90 = 250$.
$AC^2 = AB^2 + BC^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice V

Dans un repère $(O\ ;\ I\ ;\ J)$, on considère les points $E(-8\ ;\ -9)$, $F(-2\ ;\ -7)$ et $G(4\ ;\ 1)$.

$EFGH$ est un parallélogramme si, et seulement si, $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$.

$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix}4-x_H\\1-y_G\end{pmatrix}$

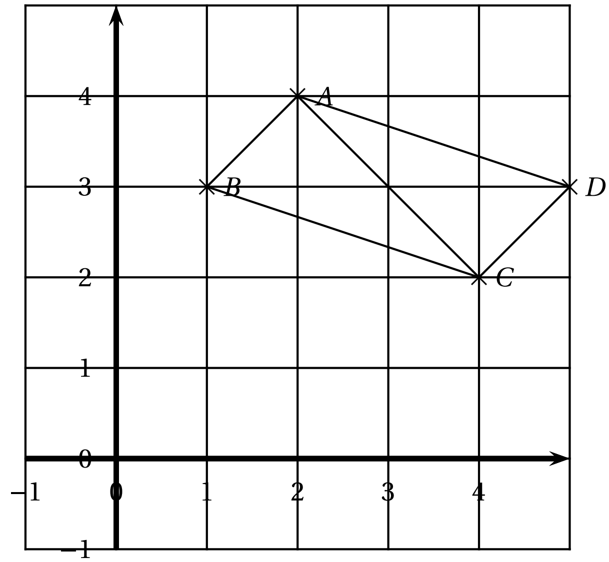
On doit avoir :

$\begin{cases}4-x_H=6\\1-y_H=2\end{cases} \iff \begin{cases}x_H=-2\\y_H=-1\end{cases}$ donc les coordonnées de H sont : $\boxed{H(-2\ ;\ -1)}$.

Exercice VI

Le plan étant muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$, on considère les points A $(2 ; 4)$, B$(1 ; 3)$ et C$(4 ; 2)$.

1)



2) Le point D est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$

   (a) Voir figure.

   (b) Par construction, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme.

3) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$.

4)
- $AB = \sqrt{(-1)^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$
- $AC = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{8}$
- $BC = \sqrt{3^2+(-1)^2} = \sqrt{10}$

5) $BC^2 = 10$; $AB^2 + AC^2 = 2 + 8 = 10$.
$BC^2 = AB^2 + AC^2$ donc, après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.