2$^{\text{nde}}$ correction de AP n$^{\text{o}}$ 3

Exercice I

1) Soit f la fonction définie pâr $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$.

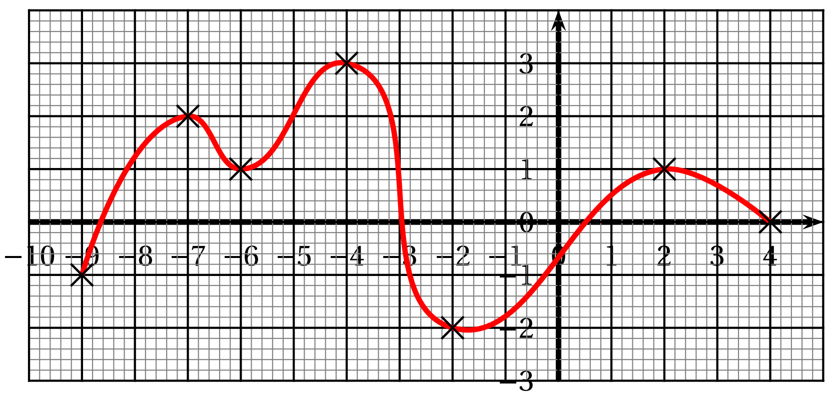
- $f(-5) = 3 \times (-5)^2 - 5 \times (-5) + 1 = 3 \times 25 + 25 + 1 = \boxed{101}$
- $f(-1) = 3 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 1 = 3 \times 1 + 5 + 1 = 9$

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{x+2}{x^2+1}$.

   1) Le dénominateur ne s'annule pas donc g est définie sur $\mathbb{R}$.
   2) $g(-2) = \dfrac{-2+2}{(-2)^2+1} = \dfrac{0}{5} = \boxed{0}$

Exercice II

Soit f une fonction dont la courbe $\mathscr{C}$ rest représentée ci-dessous.
Les points marqués d'une croix ont des coordonnées entières.



1) L'ensemble de définition de f est $\mathscr{D} = [-9\,;\,4]$.
2)
   - $\boxed{f(-7) = 2}$
   - $\boxed{f(2) = 1}$
3) Le maximum de f est 3, atteint en $x = -4$.
4) Le minimum de f est -2, atteint en $x = -2$.
5) L'équation $f(x) = 1$ a pour solutions -8 ; -6 -3 et 2. $\boxed{\mathscr{S} = \{-8\,;\, -6\,;-3\,;\, 2\}}$
6) L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ est $\boxed{\mathscr{S} = [-8{,}6\,;\, -3] \cup [0{,}6\,;\,4]}$.
7) Tableau de variation de f :

x	-8		-6		-4		-2		2		4		
$f(x)$	-1	↗	2	↘	1	↗	3	↘	-2	↗	1	↘	4

Exercice III

Dans un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$, $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O passant par le point $A(1\ ;\ 2)$.

1. Le rayon du cercle est
$r = OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + \left(y_A - y_O\right)^2}$
$= \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$; $\boxed{r = \sqrt{5}}$

2. $OB = \sqrt{(x_B - x_O)^2 + \left(y_B - y_O\right)^2}$
$= \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{11}{4}} = \sqrt{\frac{20}{4}} = \sqrt{5}$;
$\boxed{OB = \sqrt{5}}$.
OB est égale au rayon du cercle, donc B appartient au cercle $\mathscr{C}$.

3. $OC = \sqrt{(x_C - x_O)^2 + \left(y_C - y_O\right)^2} = \sqrt{2,3^2 + 0,5^2}$
$= \sqrt{5,54} \neq \sqrt{5}$; $\boxed{C \notin \mathscr{C}}$

Exercice IV

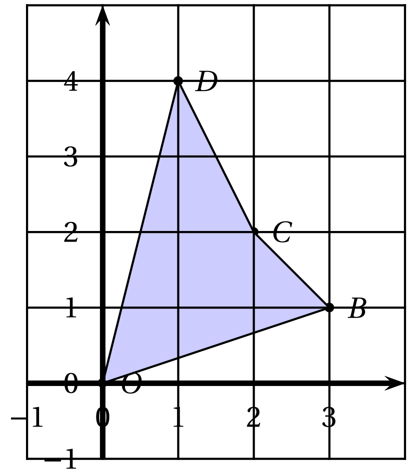
Soient $A(1\ ;\ -2)$, $B(6\ ;\ 1)$ et $M(8\ ;\ -8)$.

1.
   - $AM = sqrt(x_M - x_A)^2 + \left(y_M - y_A\right)^2$
   $= \sqrt{(8-1)^2 + (-8-(-2))^2} = \sqrt{7^2 + (-6)^2}$
   $= \sqrt{49 + 36} = \sqrt{85}$; $\boxed{AM = \sqrt{85}}$
   - $BM = \sqrt{(x_M - x_B)^2 + \left(y_M - y_B\right)^2}$
   $= \sqrt{(8-6)^2 + (-8-1)^2} = \sqrt{2^2 + (-9)^2}$
   $= \sqrt{4 + 81} = \sqrt{85}$; $\boxed{BM = \sqrt{85}}$

2. $MA = MB = \sqrt{85}$ donc M est équidistant de A et de B : M appartient à la médiatrice de $[AB]$.

Exercice V

On considère les points $O = (0\ ;\ 0)$, $B = (3\ ;\ 1)$; $C = (2\ ;\ 2)$ et D$= (1\ ;\ 4)$.



- $OB = \sqrt{(x_B - x_O)^2 + \left(y_B - y_O\right)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \boxed{\sqrt{10}}$

- $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + \left(y_C - y_B\right)^2} = \sqrt{(2-3)^2 + (2-1)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \boxed{\sqrt{2}}$

- $CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + \left(y_D - y_C\right)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (4-2)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \boxed{\sqrt{5}}$

- $OD = \sqrt{(x_D - x_O)^2 + \left(y_D - y_O\right)^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \boxed{\sqrt{17}}$

Le périmètre du polygone $OBCD$ est
$OB + BC + CD + OD = \boxed{\sqrt{10} + \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{17}}$.