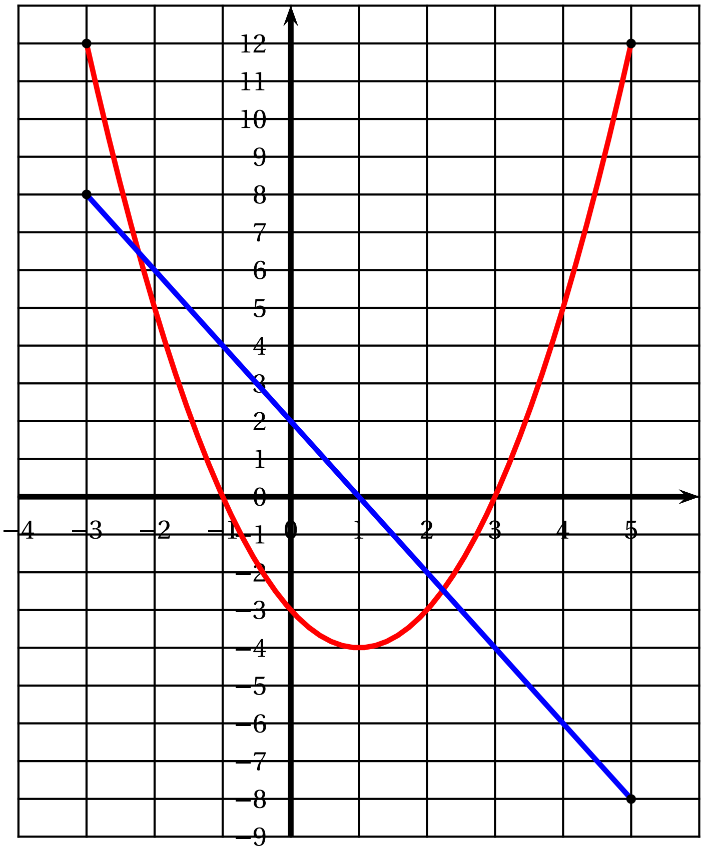
2nde : correction de la feuille d'accompagnement personnalisé : séance n° 14

Exercice I

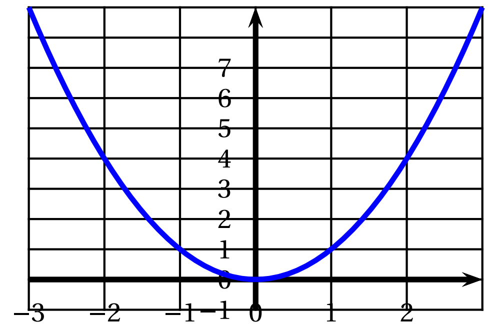
On munit le plan d'un repère orthogonal.
Sur le graphique ci-contre, on a représenté deux fonctions f et g sur l'intervalle [-3; 5].
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f et $\mathscr{D}_g$ la droite qui représente g.



1. L'image de -3 par f est 12.
2. $g(-1) = 4$
3. Les antécédents de 5 par la fonction f sont -2 et 4.
4. L'abscisse du point de $\mathscr{D}_g$ d'ordonnée 4 est -1.
5. Les solutions de l'équation $f(x) = -3$ sont les abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ dont l'ordonnée est -3 : ce sont 0 et 2.
   $\mathscr{S} = \{0 ; 2\}$
6. Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de deux courbes : $\mathscr{S} = \{-2,22, 2\}$ (valeurs approchées).
7. L'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) < 2$ est $\boxed{\mathscr{S} =]2 ; +\infty[}$ (abscisses des points de $\mathscr{D}_g$ dont l'ordonnée est strictement inférieure à 2).
8. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > -3$ est $\boxed{\mathscr{S} =]-\infty ; 0[\cup]2 ; +\infty[}$

Exercice II

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction carré $f : x \mapsto x^2$:



1. Sur $[0 ; = \infty[$, f est croissante donc, si $1 \leqslant x \leqslant 3$, $1^2 \leqslant x^2 \leqslant 3^2$.
   On en déduit que l'image de l'intervalle [1 ; 3] est l'intervalle $\boxed{[1 ; 9]}$.
2. Sur $[-2 ; 3]$, la fonction carré n'est pas monotone; utilisons la courbe.
   Lorsque x parcourt l'intervalle $[-2 ; 3]$, x^2 décroît d'abord de 4 à 0, puis croît de 0 à 9.
   L'image de l'intervalle $[-2 ; 3]$ est $\boxed{[0 ; 9]}$.

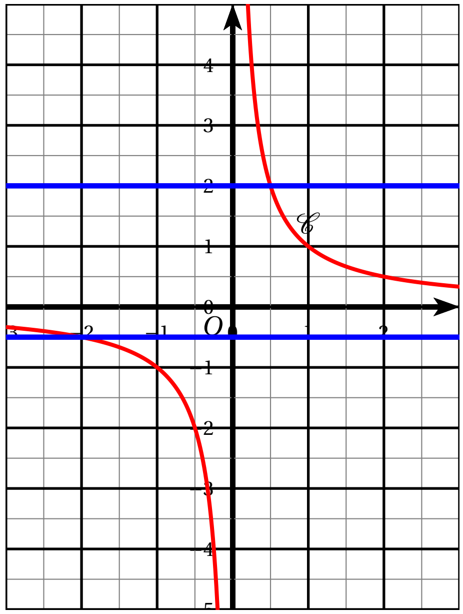
Exercice III

Comparer, sans utiliser la fontion inverse, les nombres $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{1}{\pi}$.

- Les nombres 3; 5; $\sqrt{2}$ et π sont positifs.
- Sur $]0 ; +\infty[$, la fonction inverse est décroissante donc renverse l'ordre.
- On a : $\sqrt{2} < 3 < \pi < 5$ donc $\boxed{\frac{1}{5} < \frac{1}{2} < \frac{1}{\pi} < \frac{1}{\sqrt{2}}}$

Exercice IV

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction inverse :



En utilisant cette courbe, résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

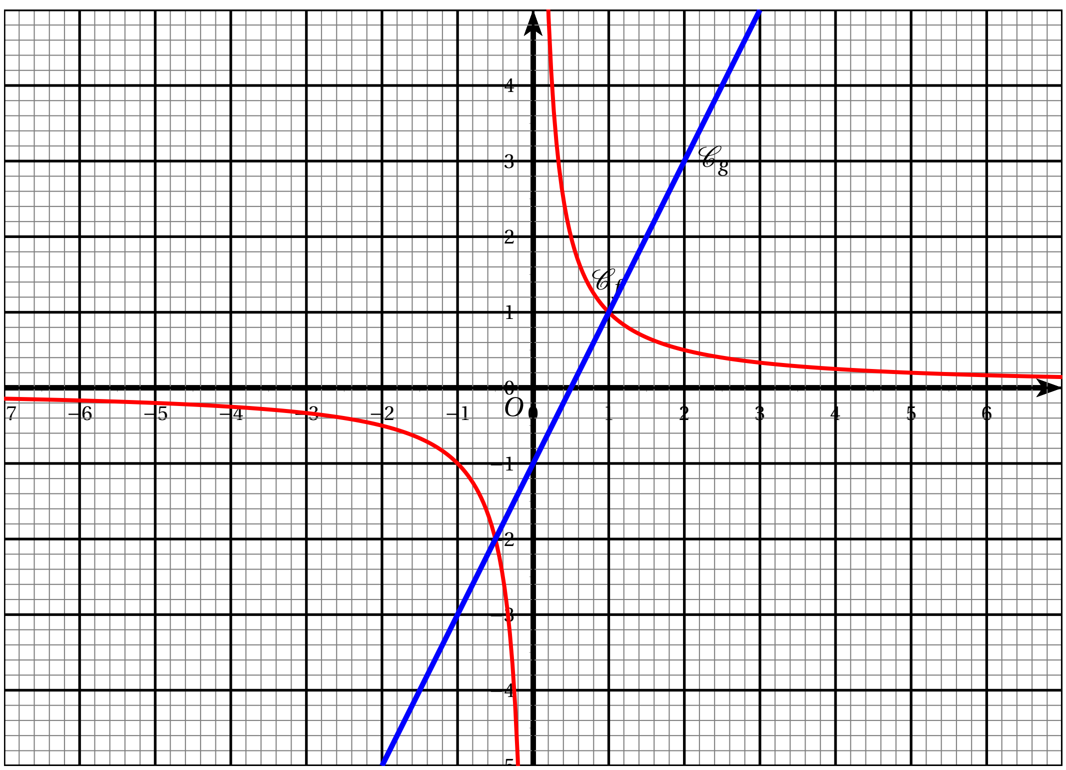
a) $\dfrac{1}{x} \leqslant -\dfrac{1}{2}$.
Sur la courbe, on cherche les abscisses des points ayant une ordonnée inférieure ou égale à -0,5 : on trouve $\boxed{\mathscr{S} = [-2\,;\,0[}$

b) $\dfrac{1}{x} \leqslant 2$.
Tous les nombres strictement négatifs conviennent.
Pour les nombres positifs, il faut que $x \geqslant \dfrac{1}{2}$.
L'ensemble des solutions est : $\boxed{\mathscr{S} =]-\infty\,;\,0[\cup]2\,;\,+\infty[}$

c) $\dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{1}{3}$.
$\boxed{\mathscr{S} =]0\,;\,3]}$

Exercice V

On considère les fonctions $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^*$ et $g : x \mapsto 2x - 1$, définie sur $\mathbb{R}$.
On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f :



a) Voir le graphique.

b) Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sort les abscisses des points d'intersection des deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
On trouve $x_1 \approx -0,5$ et $x_1 \approx 1$.

c) • $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -2$ et $g\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) - 1 = -2$ donc $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = g\left(-\dfrac{1}{2}\right)$.

• $f(1) = \dfrac{1}{1} = 1$ det $g(1) = 2 \times 1 - 1 = 1$ donc $f(1) = g(1)$.

On en conclut que les solutions de l'équation sont $-\dfrac{1}{2}$ et 1, ce que nous avions trouvé gragraphiquement.

d) Les solutions de l'inéquation. $f(x) \geqslant g(x)$ sont alors : $\boxed{\mathscr{S} = \left[-\dfrac{1}{2}\,;\,0\right[\cup [1\,;\,+\infty[}$