2$^{\text{nde}}$ Correction de la feuille d'exercices (AP-10)

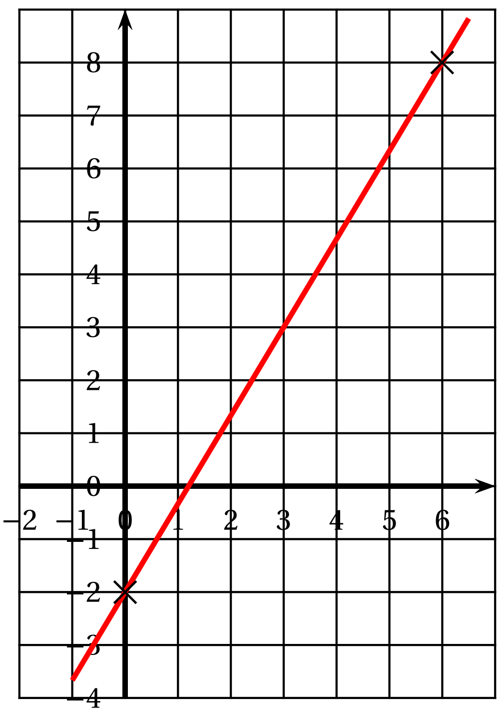
Exercice I

Représenter graphiquement la fonction définie par $f(x) = \dfrac{5}{3}x - 2$

La représentation graphique et une droite; il suffit de connaître les coordonnées de deux points.

x	0	6
$f(x) = \dfrac{5}{3}x - 2$	-2	8

La droite passe par les points de coordonnées $(0\,;\,-2)$ et $(6\,;\,8)$.



Exercice II

a) La distance entre 5 et 2 est $|5-2| = |3| = \boxed{3}$

b) La distance entre 1 et 7 est $|7-1| = |6| = \boxed{6}$

c) La distance entre -1 et 5 est $|5-(-1)| = |6| = \boxed{6}$

d) La distance entre -5 et -1 est $|-1-(-5)| = |-1+5| = |4| = \boxed{4}$

Exercice III

a) $|2-3| = |-1| = \boxed{1}$

b) $|5+3| = |8| = \boxed{8}$

c) $|2\times(4-5)| = |2\times(-1)| = |-2| = \boxed{2}$

d) $|4\times 2 - 5\times 7| = |8-35| = |-27| = \boxed{27}$

e) $|7+2\times 4-6| = |7+8-6| = |9| = \boxed{9}$

f) $|2-3\times 2| = |2-6| = |-4| = \boxed{4}$

g) $|5{,}5| + |-4{,}5|$

h) $|-5{,}5| - |4{,}5| = 5{,}5 + 4{,}5 = \boxed{10}$

i) $|2\times 3-7| = |6-7| = |-1| = \boxed{1}$

j) $\left|\sqrt{2}-\sqrt{3}\right| = -\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right) = \boxed{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ car $\sqrt{2}-\sqrt{3} < 0$

k) $|3-\pi| = \boxed{\pi-3}$ car $3-\pi < 0$

Exercice IV

1)
- $|2| = 2$
- $|-3| = 3$
- $|2+(-3)| = |2-3| = |-1| = 1$

2) Émile pense que pour tout les nombres x et y, on a $\left|x+y\right| = |x| + \left|y\right|$.
$|2| + |-3| = 2+3 = 5 \neq |2+(-3)|$ donc il a tort.
Conclusion : $\boxed{\left|x+y\right| \neq |x| + \left|y\right|}$

Exercice V

1. Les nombres qui sont à une distance de 5 du nombre 3 sont -2 et 8.
2. $|x-3|$ est la distance entre x et 3.
   L'équation : $|x-3| = 5$ a donc pour solutions -2 et 8 : $\boxed{\mathscr{S} = \{-2\,;\,8\}}$

Exercice VI

Résoudre les équations suivantes :

a) $|x| = 3$; $\boxed{\mathscr{S} = \{-3\,;\,3\}}$

b) $|x-2| = 3$.
La distance entre x et 2 vaut 3 : $\boxed{\mathscr{S} = \{-1\,;\,5\}}$

c) $|x-4| = 7$: $\boxed{\mathscr{S} = \{-3\,;\,10\}}$

d) $|x+2| = 3$ s'écrit $|x-(-2)| = 3$; $\boxed{\mathscr{S} = \{-5\,;\,1\}}$

e) $|x-4| = 0$; $\boxed{\mathscr{S} = \{4\}}$

f) $|x-2| = -1$; $\boxed{\mathscr{S} = \emptyset}$ car la valeur absolue d'un nombre est positive.

Exercice VII

Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
On utilise une droite graduée.

a) $|x-3| \leqslant 2$.
La distance entre x et 3 doit être inférieure ou égale -2 : $\boxed{\mathscr{S} = [1\ ;\ 5]}$

b) $|x-7| < 3$: $\boxed{\mathscr{S} =]4\ ;\ 10[}$ (on rejette les bornes 4 et 10 car la distance entre x et 7 doit être **strictement** inférieure à 3)

c) $|x-3| \geqslant 5$.
La distance entre x et 3 doit être supérieur ou égal à 5.
$\boxed{\mathscr{S} =]-\infty\ ;\ -2] \cup [8\ ;\ +\infty[}$

Exercice VIII

Traduire à l'aide d'une inégalité avec une valeur absolue les appartenances suivantes :

1) $x \in [3\ ;\ 9]$ équivaut à $\boxed{|x-6| \leqslant 3}$ car le milieu de l'intervalle $[3\ ;\ 9]$ est 6 et la distance entre 6 et 9 est 3.

2) $x \in [-5\ ;\ 8]$.
Le milieu de l'intervalle $[-5\ ;\ 8]$ est $\dfrac{3}{2}$.
$x \in [-5\ ;\ 8]$ équivaut à $\left|x - \dfrac{3}{2}\right| \leqslant \dfrac{13}{2}$ car $8 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{13}{2}$

3) $x \in]100\ ;\ 110[$ équivaut à $\boxed{|x-105| < 5}$