2nde : correction du TD nº 9 fonctions affines (2)

Exercice I

Étudier le signe des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 3x + 7$

$f(x) = 0$ équivaut à $x = -\dfrac{7}{3}$.
Le coefficient directeur est $a = 3 > 0$.
Le tableau de signe est :

x	$-\infty$		$-\dfrac{7}{3}$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	

b) $g(x) = -11x + 3$

$g(x) = 0$ équivaut à $x = \dfrac{3}{11}$.
Le coefficient directeur est $a = -11 < 0$.
Le tableau de signe est :

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{11}$		$+\infty$
Signe de $g(x)$		$+$	0	$-$	

Exercice II

f est une fonction affine dont on donne le tableau de signes ci-dessous ;

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

a) $\boxed{f(-2) = 0}$

b) $3 > -2$ donc $\boxed{f(3) > 0}$

c) $-10 < -2$ donc $\boxed{f(3) < 0}$

d) $\boxed{f(0) < 0}$

Exercice III

En France, les températures sont mesurées en degrés Celsius (°C).

Les pays anglo-saxons utilisent le degré Fahrenheit (°F).

La fonction f qui, à une température x en degrés Celsius, associe cette température en degrés Fahrenheit est une fonction affine telle que : 0°C = 32 °F et 100°C = 212°F.

1. f est affine donc il existe m et p tels que $f(x) = mx + p$.
   $f(0) = 32$ donc $m \times 0 + p = 32$ d'où $\boxed{p = 32}$.
   On en déduit : $f(x) = mx + 32$.
   $f(100) = 212$ donc $100m + 32 = 212$ donc $100m = 180$ et $m = \dfrac{180}{100} = \dfrac{9}{5}$.
   On a : $\boxed{f(x) = \dfrac{9}{5}x + 32}$

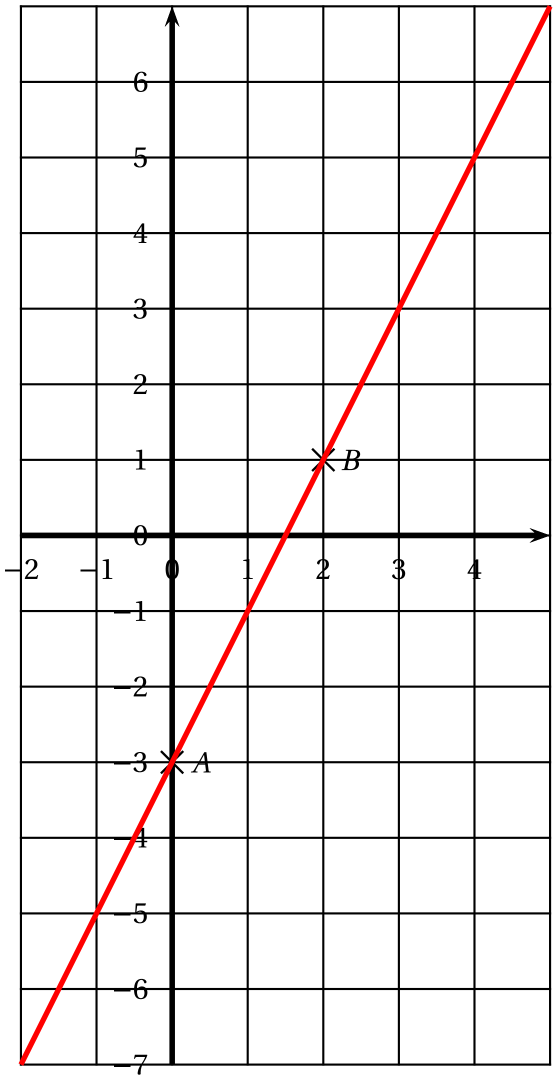
2. g est affine donc $g(x) = m'x + p'$.
   $\begin{cases} g(32) = 0 \\ g(212) = 100 \end{cases}$ donc $\begin{cases} 32m' + p' = 0 \\ 212m' + p' = 100 \end{cases}$.
   En soustrayant les deux lignes, il vient :
   $212m' - 32m' = 100$ donc $180m' = 100$ d'où $m' = \dfrac{100}{180} = \dfrac{5}{9}$.
   Alors : $g(x) = \dfrac{5}{9}x + p'$.
   $g(32) = 0$ équivaut à $\dfrac{5}{9} \times 32 + p' = 0$ donc $p' = -\dfrac{160}{9}$.
   Donc : $g(x) = \dfrac{5}{9}x - \dfrac{160}{9} = \boxed{\dfrac{5x - 160}{9}}$

3. $f(25) = \dfrac{9}{5} \times 25 + 32 = 45 + 32 = 77$ donc
   25 °C=77 °F.
   25 °C est une température plus élevée que 75 °F.

Exercice IV

On veut représenter graphiquement la fonction affine $f : x \mapsto 2x - 3$.
Tu as vu en Troisième que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite (sécante à l'axe des ordonnées).
Pour tracer un droite, il suffit de connaitre deux points A et B de cette droite, de les placer dans un repère puis de tracer la droite.
Pour cela, choisis deux abscisses (deux valeurs de x) à placer dans le tableau de valeurs ci-dessous puis calcule leurs images.

x	0	2
$f(x) = 2x - 3$	-3	1

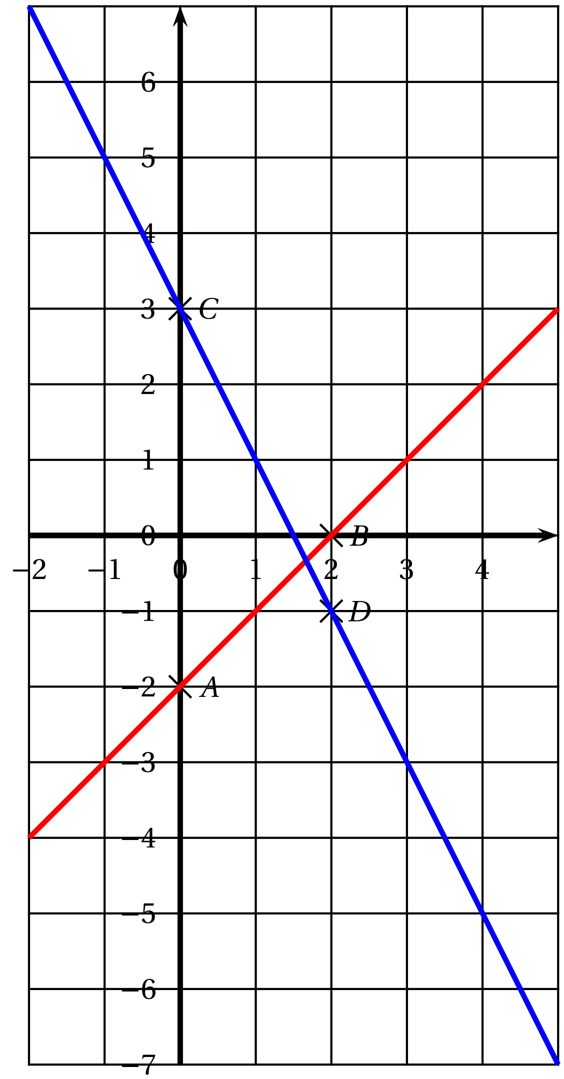


Exercice V

Les fonctions f et g sont définies pour tout réel x par $f(x) = x - 2$ et $g(x) = -2x + 3$.

1. Représentons dans un même repère les fonctions f et g.
   On calcule les coordonnées de deux points pour chacune des droites représentatives des fonctions :

x	0	2
$f(x) = x - 2$	-2	0
$g(x) = -2x + 3$	3	-1



2. (a) a doit être solution de l'équation $f(x) = g(x)$, donc de l'équation $x - 2 = -2x + 3$.
   Alors : $x + 2x = 3 + 2$ donc $3x = 5$ d'où $x = \frac{5}{3}$.
   Le réel a qui a la même image par f et par g est $\boxed{a = \frac{5}{3}}$.

   (b) Graphiquement, c'est l'abscisse du point d'intersection des deux droites.