

2^{nde} : TD n° 5 (courbes, tableaux de variation, arithmétique)

Exercice I

Une fonction f a pour tableau de variation :

x	-10	-8	-5	-3	-2	1	4	6
$f(x)$	-3	-9	0	3	0	-10	-10	-4

1) À partir du tableau de variation ci-dessous, recopier et compléter les égalités ou inégalités suivantes en justifiant :

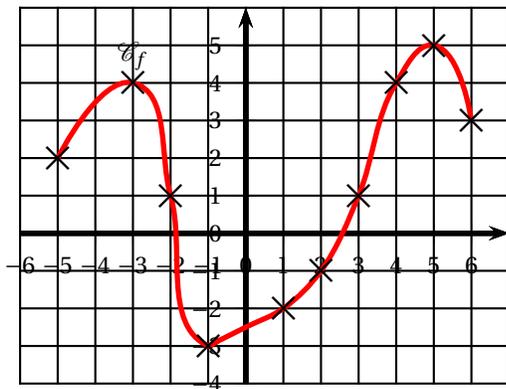
- (a) $f(-1,9) \dots f(-0,2)$
 (b) $f(-6,9) \dots f(-4,7)$

(c) $f(1,7) \dots f(3,1)$

- 2) Peut-on comparer l'image des nombres -9,5 et -8,5? Justifier.
 3) Peut-on comparer l'image des nombres -6,5 et 4,7? Justifier.
 4) Peut-on comparer l'image des nombres -4, 4 et 4, 2? Justifier.

Exercice II

Voilà la courbe \mathcal{C}_f , représentative d'une fonction f .
 Les points marqués d'une croix sont à coordonnées entières.



- 1) Quelles sont les images de -3? de -2? de 3?
 2) Quels sont les antécédents de 4 par f ?
 3) Dresser le tableau de variation de f .

Exercice III

Soient n , p et q des entiers relatifs non nuls tels que $n = pq$.
 n est un multiple de p et de q ; p et q sont des diviseurs de n .

Exemple : $6 = 2 \times 3$; 6 est un multiple de 2 et de 3 : 2 et 3 sont des diviseurs de 6.

Remarque : tout nombre entier relatif non nul est divisible par 1 et lui-même.

On s'intéresse désormais aux entiers naturels non nuls.

- 1) Qu'appelle-t-on un nombre premier.
 2) Quel est le plus petit entier premier?
 3) Combien y a-t-il d'entiers premiers **pairs**?

4) La liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 est :
 {2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ;
 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97}.

5) La décomposition de 240 en produit de facteurs premiers est :
 $240 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres :

- (a) 117
 (b) 132
 (c) 357

Exercice IV

Soit $n \in \mathbb{N}$.

- n est pair s'il existe $p \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2p$.
 - n est impair s'il existe $p \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2p + 1$.
- a) Écrire $n = 18$ sous la forme $n = 2p$ en précisant la valeur de p .
 b) Écrire $n = 23$ sous la forme $n = 2p + 1$ en précisant la valeur de p .
 c) Montrer que le produit de deux nombres pairs est pair.
 d) Montrer que le produit de deux nombres impairs est impair.
 e) Montrer que le produit de deux nombres entiers **consécutifs** est pair.

Exercice V

On souhaite calculer $\frac{23}{48} - \frac{5}{15}$.

Pour cela, il faut mettre les fractions au même dénominateur.

Comme dénominateur commun, on calcule le **plus petit commun multiple** de 15 et 48, noté **PPCM**.

1. Effectuer la décomposition de ces deux nombres en produit de facteurs premiers.
2. En déduire que le PPCM de 15 et 48 est 240.
3. Effectuer alors le calcul demandé.