

Valeur absolue d'un nombre

I Valeur absolue d'un nombre

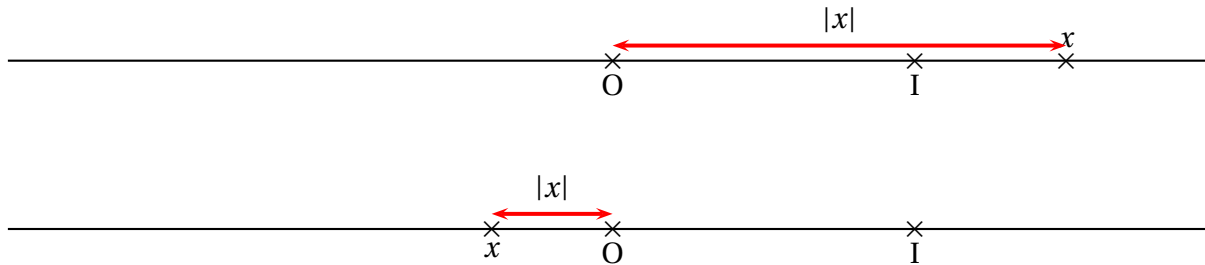


Définition

Soit x un nombre réel. On appelle valeur absolue de x , le nombre noté $|x|$, défini par $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$.

Exemples : $|3| = 3$; $|-7| = -(-7) = 7$; $|0| = 0$

Interprétation graphique : sur la droite graduée (droite des réels), $|x|$ est la distance de x à 0.



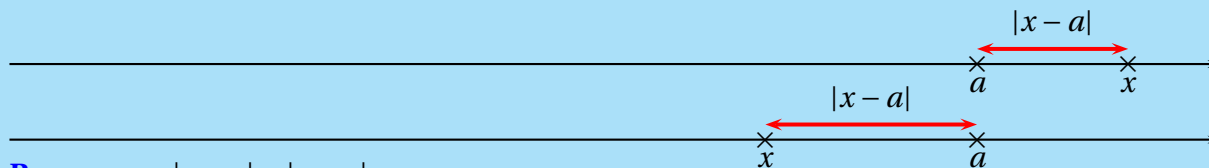
En effet, une distance est toujours un nombre positif.

II Distance entre deux nombres



Définition et propriété

- Soit a , x et r des nombres avec $r \geq 0$.
On appelle distance entre a et x le nombre $|x - a|$.



Remarque : $|x - a| = |a - x|$.

- $x \in [a - r ; a + r]$ si, et seulement si, $|x - a| \leq r$.



Exemples :

- Quel est l'intervalle auquel appartient x sachant que $|x - 1| \leq 10^{-3}$?
- Traduire à l'aide d'une valeur absolue la condition $y \in [7 ; 7,8]$.

Réponses :

- $|x - 1| \leq 10^{-3}$ équivaut à $1 - 10^{-3} \leq x \leq 1 + 10^{-3}$ donc $0,999 \leq x \leq 1,001$ donc $x \in [0,999 ; 1,001]$.
- $y \in [7 ; 7,8]$ équivaut à $y \in [7,4 - 0,4 ; 7,4 + 0,4]$ puisque 7,4 est le milieu de cet intervalle.
Donc $|y - 7,4| \leq 0,4$