

# Valeur absolue d'un nombre

## I Valeur absolue d'un nombre

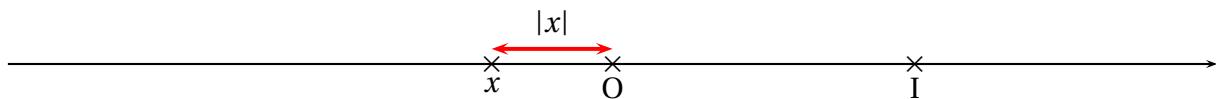
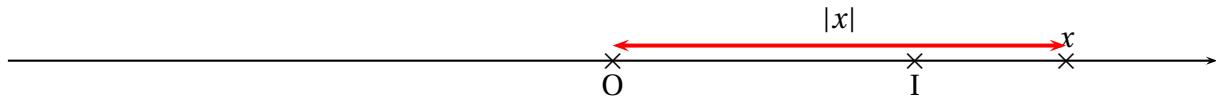


### Définition

Soit  $x$  un nombre réel. On appelle valeur absolue de  $x$ , le nombre noté  $|x|$ , défini par  $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$ .

**Exemples :**  $|3| = 3$ ;  $|-7| = -(-7) = 7$ ;  $|0| = 0$

**Interprétation graphique :** sur la droite graduée (droite des réels),  $|x|$  est la distance de  $x$  à 0.



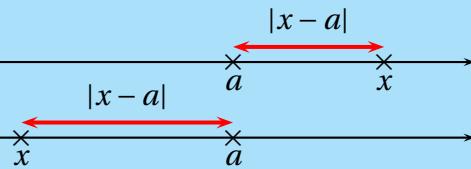
En effet, une distance est toujours un nombre positif.

## II Distance entre deux nombres



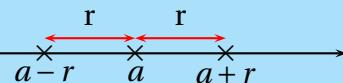
### Définition et propriété

- Soit  $a$ ,  $x$  et  $r$  des nombres avec  $r \geq 0$ .  
On appelle distance entre  $a$  et  $x$  le nombre  $|x - a|$ .



**Remarque :**  $|x - a| = |a - x|$ .

- $x \in [a - r ; a + r]$  si, et seulement si,  $|x - a| \leq r$ .



**Exemples :**

1. Quel est l'intervalle auquel appartient  $x$  sachant que  $|x - 1| \leq 10^{-3}$ ?
2. Traduire à l'aide d'une valeur absolue la condition  $y \in [7 ; 7,8]$ .

**Réponses :**

1.  $|x - 1| \leq 10^{-3}$  équivaut à  $1 - 10^{-3} \leq x \leq 1 + 10^{-3}$  donc  $0,999 \leq x \leq 1,001$  donc  $x \in [0,999 ; 1,001]$ .
2.  $y \in [7 ; 7,8]$  équivaut à  $y \in [7,4 - 0,4 ; 7,4 + 0,4]$  puisque 7,4 est le milieu de cet intervalle.  
Donc  $|y - 7,4| \leq 0,4$