

2nde : correction du contrôle sur les vecteurs (sujet A)

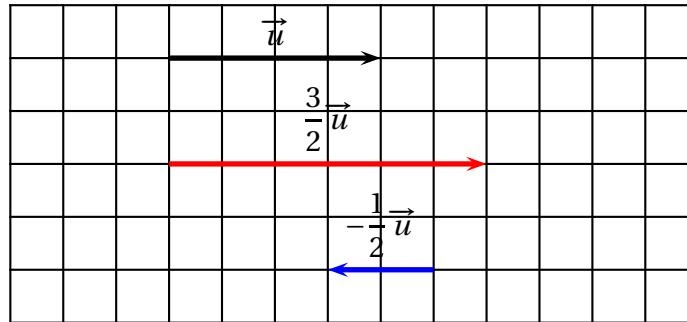
Exercice I (1 point)

C'est du cours : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont colinéaires s'il existe $k \neq 0$ tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.

Exercice II (3 points)

Le vecteur $\vec{u}$ est représenté sur le graphique ci-dessous.

Représenter $\frac{3}{2}\vec{u}$ et $-\frac{1}{2}\vec{u}$



Exercice III (3 points)

Soient A(7; -3), B(-2; 3), C(9; -1) et D(6; 1).

1. • $\vec{AB} \begin{pmatrix} -2-7 = -9 \\ 3-(-3) = 6 \end{pmatrix}$ donc $\vec{AB} \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}$

• $\vec{CD} \begin{pmatrix} 6-9 = -3 \\ 1-(-1) = 2 \end{pmatrix}$ donc $\vec{CD} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. $-9 = 3 \times (-3)$ et $6 = 3 \times 2$ donc $\vec{AB} = 3\vec{CD}$; ces deux vecteurs sont colinéaires.

3. On en déduit que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice IV (3 points)

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(-3; 2), B(2; 1), C(4; 6) et D(-1; 7).

1) • $\vec{AB} \begin{pmatrix} 2-(-3) = 5 \\ 1-2 = -1 \end{pmatrix}$ donc $\vec{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

• $\vec{DC} \begin{pmatrix} 4-(-1) = 5 \\ 6-7 = -1 \end{pmatrix}$ donc $\vec{DC} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

• $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$ ont les mêmes coordonnées donc $\vec{AB} = \vec{DC}$; ABCD est un parallélogramme.

2) L'aire de ABCD est $\mathcal{A}(ABCD) = \det(\vec{AB}; \vec{AD})$.

$\vec{AD} \begin{pmatrix} -1-(3) = -4 \\ 7-2 = 5 \end{pmatrix}$ donc $\vec{AD} \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$

Alors : $\mathcal{A}(ABCD) = \det(\vec{AB}; \vec{AD}) = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 5 \times 5 - (-1) \times 2 = 25 + 2 = 27$.

L'aire du parallèle vaut 27.

Exercice V (3 points)

Dans un repère, on considère les points $A(-7, -1)$, $B(-2; 1)$ et $C(23; 11)$.

- $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 - (-7) = 5 \\ 1 - (-1) = 2 \end{pmatrix}$ donc $\boxed{\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}}$
- $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 23 - (-7) = 30 \\ 11 - (-1) = 12 \end{pmatrix}$ donc $\boxed{\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 30 \\ 12 \end{pmatrix}}$
- Il est clair que $\overrightarrow{AC} = 6\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
A, B et C sont alignés.

Exercice VI (5 points)

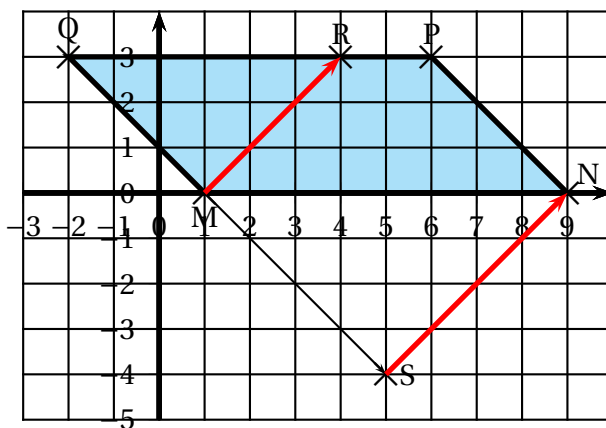
$MNPQ$ est un parallélogramme. On définit le point R tel que $\overrightarrow{QR} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$ et le point S tel que $\overrightarrow{MS} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}$.

- 1) Notons x_S et y_S les coordonnées de S .

$$\overrightarrow{MQ} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ donc } -\frac{4}{3}\overrightarrow{MQ} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$MS = -\frac{4}{3}\overrightarrow{MQ} \text{ équivaut à } \begin{cases} x_S - 1 = 4 \\ y_S - 0 = -4 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} x_S = 4 + 1 = 5 \\ y_S = -4 \end{cases}. \text{ Les coordonnées de } S \text{ sont } S(5; -4)$$

- 2) Compléter la figure ci-dessous en plaçant les points R et S .



- 3) (a) D'après la relation de Chasles, on a :

$$\overrightarrow{MR} \text{ peut s'écrire } \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QR}$$

$$\text{Alors : } \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{QP} = \boxed{\overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}} \text{ car } MNPQ \text{ étant un parallélogramme, } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$$

- (b) D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{NS} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MS}$.

$$(c) \text{ On en déduit : } \overrightarrow{NS} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{NM} - \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ} = \boxed{-\overrightarrow{MN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}}$$

$$4) \text{ Alors : } \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ} = \frac{3}{4}\left(\overrightarrow{MN} + \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}\right) = -\frac{3}{4}\left(-\overrightarrow{MN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}\right) = -\frac{3}{4}\overrightarrow{NS}.$$

$$\text{Donc } \boxed{\overrightarrow{MR} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{NS}}$$

2nde : correction du contrôle sur les vecteurs (sujet B)

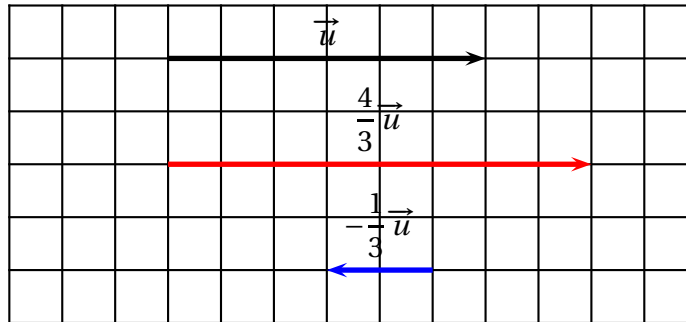
Exercice I (1 point)

C'est du cours : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont colinéaires s'il existe $k \neq 0$ tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.

Exercice II (3 points)

Le vecteur $\vec{u}$ est représenté sur le graphique ci-dessous.

Représenter $\frac{4}{3}\vec{u}$ et $-\frac{1}{3}\vec{u}$



Exercice III (2 points)

Soient A(6; -2), B(-3; 4), C(8; 0) et D(5; 2).

1. • $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3-6=-9 \\ 4-(-2)=6 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}$

• $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 5-8=-3 \\ 2-0=2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. $-9 = 3 \times (-3)$ et $6 = 3 \times 2$ donc $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CD}$; ces deux vecteurs sont colinéaires.

3. On en déduit que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice IV (3 points)

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(-2; 0), B(3; -1), C(5; 4) et D(0; 5).

1) • $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3-(-2)=5 \\ -1-0=-1 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

• $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 5-0=5 \\ 4-5=-1 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

• $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont les mêmes coordonnées donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; ABCD est un parallélogramme.

2) L'aire de ABCD est $\mathcal{A}(ABCD) = \det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$.

$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 0-(-2)=2 \\ 5-0=5 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Alors : $\mathcal{A}(ABCD) = \det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 5 \times 5 - (-1) \times 2 = 25 + 2 = 27$.

L'aire du parallèle vaut 27.

Exercice V (3 points)

Dans un repère, on considère les points $A(-8, -3)$, $B(-3; -1)$ et $C(22; 9)$.

- $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 - (-8) = 5 \\ -1 - (-3) = 2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 22 - (-8) = 30 \\ 9 - (-3) = 12 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 30 \\ 12 \end{pmatrix}$
- Il est clair que $\overrightarrow{AC} = 6\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.
A, B et C sont alignés.

Exercice VI (5 points)

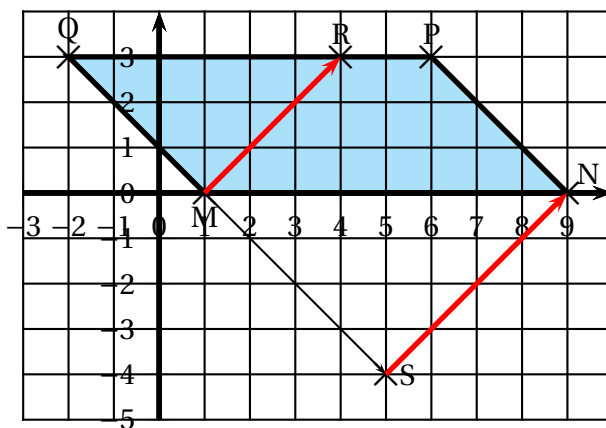
$MNPQ$ est un parallélogramme. On définit le point R tel que $\overrightarrow{QR} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$ et le point S tel que $\overrightarrow{MS} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}$.

- 1) Notons x_S et y_S les coordonnées de S .

$$\overrightarrow{MQ} \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ donc } -\frac{4}{3}\overrightarrow{MQ} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$MS = -\frac{4}{3}\overrightarrow{MQ} \text{ équivaut à } \begin{cases} x_S - 1 = 4 \\ y_S - 0 = -4 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} x_S = 4 + 1 = 5 \\ y_S = -4 \end{cases}. \text{ Les coordonnées de } S \text{ sont } S(5; -4)$$

- 2) Compléter la figure ci-dessous en plaçant les points R et S .



- 3) (a) D'après la relation de Chasles, on a :

$$\overrightarrow{MR} \text{ peut s'écrire } \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QR}$$

$$\text{Alors : } \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MN} \text{ car } MNPQ \text{ étant un parallélogramme, } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$$

- (b) D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{NS} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MS}$.

$$(c) \text{ On en déduit : } \overrightarrow{NS} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{NM} - \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ} = -\overrightarrow{MN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}$$

$$4) \text{ Alors : } \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ} = \frac{3}{4}\left(\overrightarrow{MN} + \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}\right) = -\frac{3}{4}\left(-\overrightarrow{MN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}\right) = -\frac{3}{4}\overrightarrow{NS}.$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{MR} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{NS}$$